幾何原本

三

叢書集成

初編

主編者
王雲五

商務印書館發行

幾何原本

(三)

利瑪竇口譯
徐光啓筆受

幾本原本第四卷之首

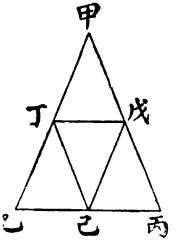
界說七則

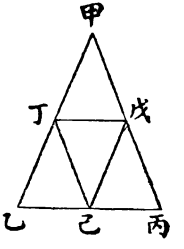
第一界

直線形居他直線形內而此形之各角切他形之各邊爲形內切形

此卷將論切形在圓之內外及作圓在形之內外故解形之切在形內及切在形外者先以直線形爲

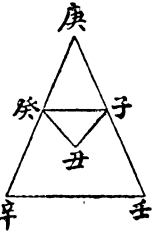
例如前圖丁戊己角形之丁戊己三角切甲乙丙角形之甲乙乙丙丙甲三邊則丁戊己爲甲乙丙之形內切形如後圖癸子丑角形雖癸子兩角切庚辛壬角形之庚辛壬庚兩邊而丑角不切辛壬邊則癸子丑不可謂庚辛壬之形內切形





第二界

一直線形居他直線形外而此形之各邊切他形之各角爲形外切形

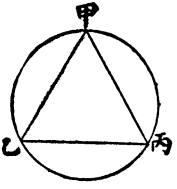


如第一界圖、甲乙丙、爲丁己戊之形外切形。其餘各形。倣此二例。

第三界

直線形之各角。切圓之界。爲圓內切形。

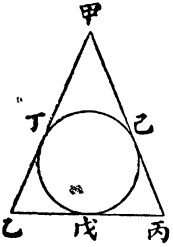
甲乙丙形之三角。各切圓界於甲、於乙、於丙、是也。



第四界

直線形之各邊。切圓之界。爲圓外切形。

甲乙丙形之三邊、切圓界於丁、於己、於戊、是也。



第五界

圓之界切直線形之各邊爲形內切圓

同第四界圖

第六界

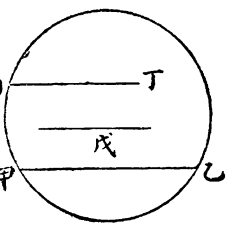
圓之界切直線形之各角爲形外切圓

同第三界圖

第七界

直線之兩界各抵圓界爲合圓線

甲乙線兩界各抵甲乙丙圓之界爲合圓線若丙抵圓而丁不至及戊之兩俱不至不爲合圓線



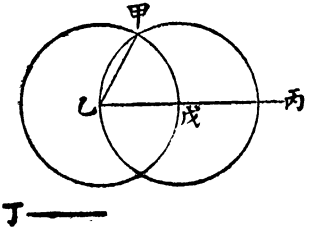
幾何原本第四卷

本篇論圜內外形　計十六題

第一題

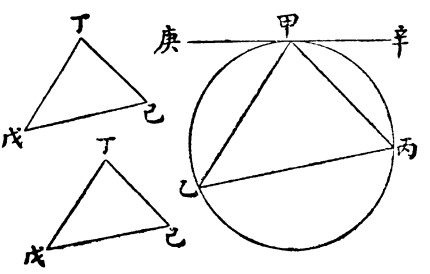
有圜求作合圜線與所設線等此設線不大於圜之徑線

法曰甲乙丙圜求作合線與所設丁線等其丁線不大於圜之徑線（徑爲圜內之最大線更大不可合見三卷十五）先作甲乙圜徑爲乙丙若乙丙與丁等者卽是合線若丁小於徑者卽於乙丙上截取乙戊與丁等次以乙爲心戊爲界作甲戊圜交甲乙丙圜於甲末作甲乙合線卽與丁等何者甲乙與乙戊等則與丁等



第二題

有圜。求作圜內三角切形。與所設三角形等角。



法曰。甲乙丙圜。求作圜內三角切形。其三角。與所設丁戊己形之三角、各等。先作庚辛線。切圜於甲。三卷七十次作與甲乙角。與設形之己角等。次作辛甲丙角。與設形之戊角等。末作乙丙線。卽圜內三角切形。與所設丁戊己形等角。

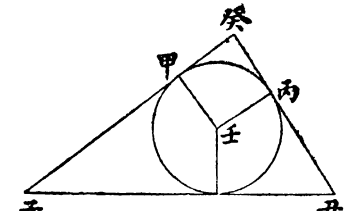
論曰。甲丙乙、與庚甲乙、兩角等。甲乙丙、與辛甲丙、兩角亦等。三卷廿二而庚甲乙、辛甲丙、兩角。既與所設己、

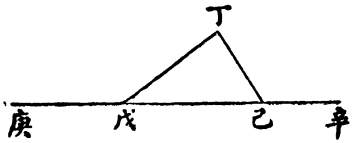
戊、兩角、各等、卽甲丙乙、甲乙丙、亦與己戊、各等、而乙甲丙、必與丁等（一卷卅二）則三角俱等。

第三題

有圜、求作圜外三角切形、與所設三角形等角。

法曰、甲乙丙圜、求作圜外三角切形、其三角、與所設丁戊己形之三角各等。先於戊己一邊、引長之、爲庚辛、次於圜界抵心作甲壬線、次作甲壬乙角、與丁戊庚等、次作乙壬丙角、與丁己辛等、末於甲乙、乙丙上作癸子、子丑、丑癸三垂線、此三線、各切圜於甲、於乙、於丙。（三卷十六之系）而相遇於子、於丑、於癸。（若作甲丙線、卽癸甲丙、癸丙甲、兩角小於兩直角、而子癸、丑癸、兩線必相遇、餘二倣此。）此癸子丑三角、與所設丁戊己三角各等。

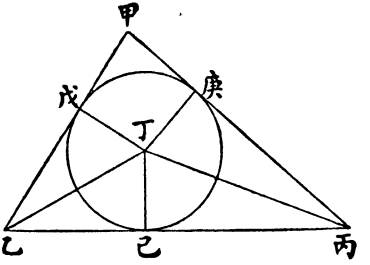




論曰．甲壬乙子四邊形之四角．與四直角等．（一卷廿二題內）而壬甲子、壬乙子、兩爲直角．卽甲壬乙、甲子乙、兩角幷．等兩直角．彼丁戊庚、丁戊己、兩角幷．亦等兩直角．（一卷十三）此二等率者．每減一相等之丁戊庚、甲壬乙．則所存丁戊己、與甲子乙、等．依顯丑角、與丁己戊等．則癸與丁亦等．（一卷廿二）而癸子丑、與丁戊己．兩形之各三角、俱等．

第四題

三角形．求作形內切圓．

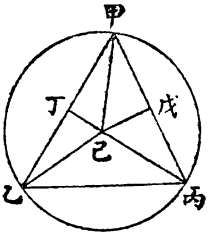


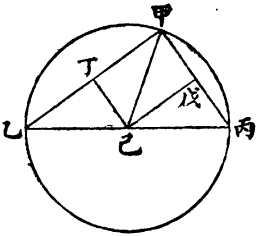
法曰．甲乙丙角形．求作形內切圓．先以甲乙丙角．甲丙乙角．各兩平分之．（一卷九）作乙丁、丙丁、兩直線．相遇於丁．次自丁至角形之三邊．各作垂線．爲丁己、丁庚、丁戊．其戊丁乙角形之丁戊乙、丁乙戊、兩角．與乙丁己角形之丁己乙、丁乙己、兩角．各等．乙丁同邊．卽丁戊、丁己、兩邊亦等．（一卷六）依顯丁丙己角形、與丁庚丙角形之丁己、丁庚、兩邊亦等．卽丁戊、丁己、丁庚、三線俱等．末作圓．以丁爲心．戊爲界．卽過庚己、爲戊庚己圓．而切角形之甲乙、乙丙、丙甲、三邊於戊、於己、於庚．（三卷十六之系）此爲形內切圓．

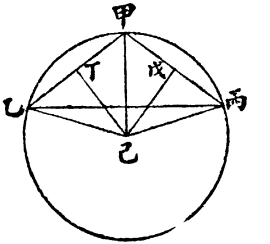
第五題

三角形求作形外切圜.

法曰甲乙丙角形求作形外切圜.先平分兩邊.若形是直角、鈍角.則分於丁於戊.次於丁、戊、上各作垂線.爲己丁、己戊.而相遇於己.若自丁至戊、作直線.即己丁戊角形之己丁戊、己戊丁、兩角.小於兩直角.故丁己、戊己、兩線必相遇.其己點或在形內.或在形外.俱作己甲、己乙、己丙、三線.或在乙丙邊上.止作己甲線.其甲丁己角形之甲丁.與乙丁己角形之乙丁.兩腰等.丁己同腰.而丁之兩旁角俱直角.卽甲己、己乙、兩底必等.一卷四依顯甲己戊、丙己戊、兩形之甲己、己丙、兩底亦等.則己甲、己乙、己丙、三線俱等.末作圜.以己爲心.甲爲界.必切丙乙.而爲角形之形外切圜.







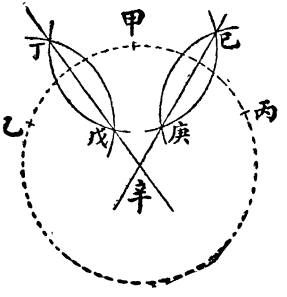
一系若圜心在三角形內。即三角形爲銳角形。何者。每角在圜大分之上故。若在一邊之上。即爲直角形。若在形外。即爲鈍角形。

二系若三角形爲銳角形。即圜心必在形內。若直角形。必在一邊之上。若鈍角形。必在形外。

增從此推得一法。任設三點。不在一直線。可作一過三點之圜。其法。先以三點作三直線相聯。成三角形。次依前作。

其用法。甲、乙、丙三點。先以甲、乙兩點各自爲心。相向、各任作圜分。令兩圜分相交於丁、於戊。次甲、丙兩點。亦如之。令兩圜分相交於己、於庚。末作丁戊、己庚兩線、各引長之。令相交於辛。即辛爲圜之心

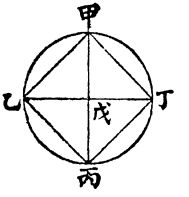
論見三卷二十五增。



第六題

有圓。求作內切圓直角方形。

法曰。甲乙丙丁圓。其心戊。求作內切圓直角方形。先作甲丙、乙丁、兩徑線。以直角相交於戊。次作甲乙、乙丙、丙丁、丁甲、四線。卽甲乙丙丁。爲內切圓直角方形。



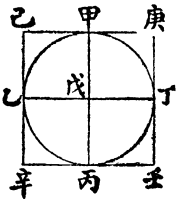
論曰。甲乙戊角形之甲戊。與乙戊丙角形之戊丙。兩腰等。乙戊同腰。而腰間角、兩爲直角。卽其底甲乙、乙丙等。（一卷四）依顯乙丙丙丁、亦等。則四邊形之四邊、俱等。而甲乙、丙丁、四角。皆在半圓分之上。又皆直角。（三卷廿一）是爲內切圓直角方形。

第七題

有圓。求作外切圓直角方形。

法曰。甲乙丙丁圓。其心戊。求作外切圓直角方形。先作甲丙、乙丁、兩徑線。以直角相交於戊。次於甲、乙、

丙、丁作庚己、己辛、辛壬、壬庚、四線。爲兩徑之垂線。而相遇於己、於辛、於壬、於庚。卽己庚壬辛、爲外切圓直角方形。



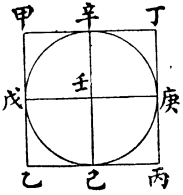
論曰。甲戊乙、己乙戊。既皆直角。卽己辛、甲丙、平行。（一卷廿八）依顯甲丙、庚壬、亦平行。則己庚、辛壬、亦平行。（一卷三十）又甲丙辛己、既直角形。卽甲丙、己辛、必等。（一卷廿四）而甲丙辛、甲己辛、兩角亦等。甲丙辛、既直角。卽甲己辛、亦直角。依顯庚壬辛、亦直角。而辛壬、壬庚、庚己、三邊俱等於甲丙、乙丁、兩徑。既四邊俱等於兩徑。則己庚壬辛、爲直角方形。而四邊各切圓。（三卷十六之系）

第八題

直角方形。求作形內切圓。

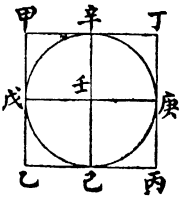
法曰。甲乙丙丁直角方形。求作形內切圓。先以四邊各兩平分於戊、於己、於庚、於辛。而作辛己、戊庚、兩線。交於壬。其甲丁、與乙丙、既平行相等。卽半減線之。甲辛、乙己、亦平行相等。而甲乙、與辛己、亦平行相

等.（一卷廿三）依顯丁丙、與辛己.亦平行相等.甲丁、乙丙、戊庚.俱平行相等.而甲壬、乙壬、丙壬、丁壬、四俱直角形.壬戊、壬己、壬庚、壬辛、四線.與甲辛、戊乙、丁辛、甲戊、各爲等線之半.卽與之等者.壬戊、壬己、壬庚、壬辛、亦自相等.次作圓.以壬爲心.戊爲界.必過己庚辛.而切甲丁、丁丙、丙乙、乙甲、四邊.（三卷十六）是爲形內切圓.



第九題

直角方形.求作形外切圓.

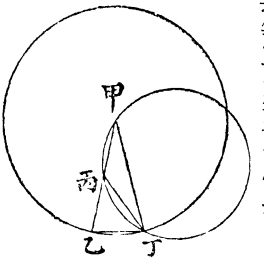


法曰.甲乙丙丁直角方形.求作外切圓.先作對角兩線.爲甲丙、乙丁.而交於戊.其甲乙丁角形之甲乙、甲丁、兩腰等.卽甲乙丁、甲丁乙、兩角亦等.（一卷五）而乙甲丁爲直角.卽甲乙丁、甲丁乙俱半直角.（一卷廿二）依顯丙乙、丁丙丁乙、亦俱半直角.而四角俱等.又戊甲丁、戊丁甲、兩角等.卽戊甲、

戊丁、兩邊亦等。一卷六依顯戊甲、戊乙、兩邊亦等。而戊乙、戊丙、兩邊。戊丙、戊丁、兩邊。各等。次作圜。以戊爲心。甲爲界。必過乙丙丁。而爲形外切圜。

第十題

求作兩邊等三角形。而底上兩角。各倍大於腰間角。



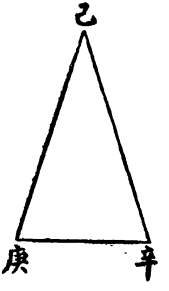
法曰。先任作甲乙線。次分之於丙。其分法。須甲乙偕丙乙、矩內直角形。與甲丙上直角方形等。二卷十一次以甲爲心。乙爲界。作乙丁圜。次作乙丁合圜線。與甲丙等。本篇一末作甲丁線相聯。其甲乙、甲丁、等。即甲乙丁爲兩邊等角形。而甲乙丁、甲丁乙、兩角。各倍大於甲角。

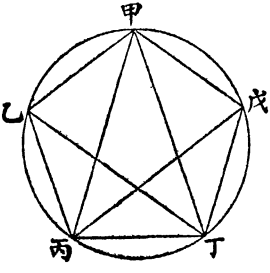
論曰。試作丙丁線。而甲丙丁角形外。作甲丙丁切圜。本篇五其甲乙、偕丙乙、矩內直角形。與甲丙上直角方形等。即亦與至規外之乙丁上直角方形等。而乙丁線切甲丙丁圜於丁。三卷廿七即乙丁切線。偕丁丙割線。所作乙丁丙角。與負丁甲丙圜分之甲角。交互相等。三卷廿二此二率者。每加一丙丁甲角。即甲丁乙全角。與丙甲丁、丙丁甲、兩角幷等。夫乙丙丁外角。亦與丙甲丁、丙丁甲、相對之兩內角幷等。一卷廿二即乙丙丁角、與甲丁乙全角等。而與相等之甲乙丁、亦等。丙丁、與乙丁、兩線亦等。一卷六夫乙丁、元與甲丙等。即丙丁、與甲丙、亦等。丙甲丁、丙丁甲、兩角亦等。而甲角既與乙

丁丙角等．卽乙丁丙、與丙丁甲、兩角亦等．是甲丁乙、倍大於丙丁甲．必倍大於相等之甲角也．而相等之甲乙丁．亦倍大於甲也．

第十一題

有圓．求作圓內五邊切形．其形等邊、等角．





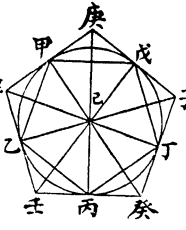
法曰．甲乙丙丁戊圓．求作五邊內切圓形．等邊、等角．先作己庚辛兩邊等角形．而庚、辛兩角．各倍大於己角．（十本篇）次於圓內作甲丙丁角形．與己庚辛角形各等角．（二本篇）次以甲丙丁、甲丁丙、兩角．各兩平分．（九一卷）作丙戊、丁乙、兩線．末作甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊甲、五線相聯．卽甲乙丙丁戊爲五邊內切圓形．而五邊、五角、俱自相等．

論曰．甲丙丁、甲丁丙、兩角．皆倍大於丙甲丁角．而兩角又平分．卽甲丁乙、乙丁丙、丙甲丁、丁丙戊、戊丙甲、五角皆等．而五角所乘之甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊甲、五圓分、亦等．（三卷廿六）卽甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊甲、五線、亦等．（三卷廿九）是五邊形之五邊等．又甲乙、戊丁、兩圓分等．而各加一乙丙丁圓分．卽甲乙丙丁、

與戊丁丙乙兩圜分等。乘兩圜分之甲戊丁乙甲戊兩角亦等。依顯餘三角與兩角俱等。是五邊形之五角等。

第十二題

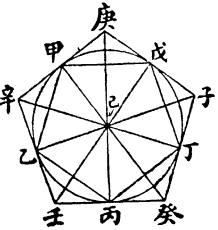
有圜。求作圜外五邊切形。其形等邊等角。



法曰。甲乙丙丁戊圜。求作五邊外切圜形。等邊等角。先作圜內甲乙丙丁戊五邊等邊等角切形。（本篇十一）次從己心作己甲己乙己丙己丁己戊五線。次從此五線作庚辛壬癸子庚五垂線。相遇於庚於辛於壬於癸於子。（庚戊甲、庚甲戊、兩角、小於兩直角、故甲庚、戊庚、線必相遇。餘四倣此。）五垂線既切圜。（三卷十六）即成外切圜五邊形而等邊等角。

論曰。試從己心作己庚、己辛、己壬、己癸、己子五線。其己甲甲辛上兩直角方形。己乙乙辛上兩直角方形之兩幷各與己辛上直角方形等。（一卷四七）即兩幷自相等。此兩幷率者。每減一相等之甲己己乙上直角方形。即所存甲辛辛乙上兩直角方形等。則甲辛辛乙兩線等也。又甲己辛角形之甲己與乙己辛角形之乙己兩腰等。己辛同腰。而甲辛辛乙兩底又等。即甲己辛辛己乙兩角等。（一卷八）而甲辛己乙辛己兩角亦等。（一卷四）則甲己乙角倍大於辛己乙角也。依顯乙己丙角亦倍大於乙己壬角。乙壬丙角亦倍大於乙壬己角也。又甲己乙乙己丙兩角乘甲乙乙丙相等之兩圜分。（線等故圜分等。見三卷廿八。）即兩角自相

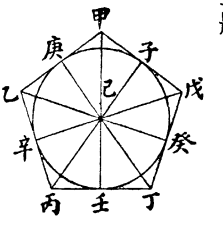
等。三卷廿七半減之辛己乙、乙己壬、兩角亦等。既乙己辛角形之乙己、辛乙己、兩角。與乙己壬角形之乙己、壬乙己兩角。各等。而乙己同邊。是辛乙、乙壬、兩邊亦等也。一卷廿六乙辛己、乙壬己兩角亦等也。則辛壬線、倍大於辛乙線也。依顯庚辛線、亦倍大於辛甲線也。前已顯甲辛、辛乙兩線等。則倍大之庚辛、辛壬、兩線亦等也。依顯壬癸、癸子、子庚。與庚辛、辛壬、俱等也。是爲庚辛壬癸子形之五邊等。又依前所顯乙辛己、與乙壬己、兩角等。是乙辛甲之減半角。與乙壬丙之減半角。等。卽倍大之乙辛甲、與乙壬丙亦等也。依顯辛壬癸、壬癸子、癸子庚、子庚辛、與庚辛壬俱等也。是爲庚辛壬癸子形之五角等。

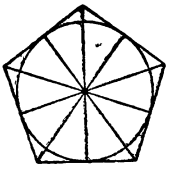


第十三題

五邊等邊等角形。求作形內切圜。

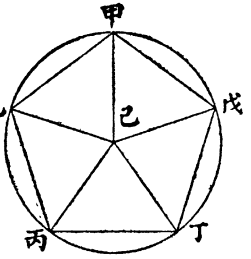
法曰。甲乙丙丁戊五邊等邊等角形。求作內切圜。先分乙甲戊、甲乙丙、兩角。各兩平分一卷九其線爲己甲、己乙。而相遇於己。己甲乙、己乙甲、兩角。小於兩直角。故己甲、己乙、兩線必相遇。自己作己丙、己丁、己戊、三線。其甲己乙角形之甲乙腰。與乙己丙角形之乙丙腰。等。乙己同腰。而兩腰間之





甲乙己丙乙己兩角等。卽甲己巳丙兩底亦等。乙甲己乙丙己兩角亦等。一卷四 又乙甲戊與乙丙丁兩角等。而乙甲己爲乙甲戊之半。卽乙丙己亦乙丙丁之半。則乙丙丁角亦兩平分於己丙線矣。依顯丙丁戊丁戊甲兩角亦兩平分於己丁己戊兩線矣。次從己向各邊作己庚己辛己壬己癸己子五垂線。其甲己庚角形之己甲庚己庚甲兩角與甲己子角形之己甲子己子甲兩角各等。甲己同邊。卽兩形必等。一卷廿六 己子與己庚兩線亦等。依顯己辛己壬己癸三垂線與己庚己子兩垂線俱等。末作圜。以己爲心庚爲界。必過辛壬癸子。而爲甲乙丙丁戊邊形之內切圜。三卷十六

第十四題



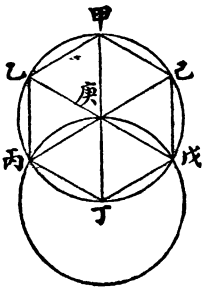
五邊等邊等角形。求作形外切圜。

法曰。甲乙丙丁戊五邊等邊等角形。求作外切圜。先分乙甲戊甲乙丙兩角各兩平分。其線爲己甲己乙。而相遇於己。說見前次從己作己丙己丁己戊三線。依前題論推顯乙丙丁丙丁戊丁戊甲三角各兩平分於巳丙己丁己戊三線。夫五角既等。卽其半減之角亦等。而甲乙己角形之己甲乙己乙甲兩角等。卽甲己與己乙兩線亦等。一卷六 依顯己丙己丁己戊三線與己甲己

乙、俱等。末作圜。以己爲心。甲爲界。必過乙、丙、丁、戊。而爲甲乙丙丁戊五邊形之外切圜。

第十五題

有圜。求作圜內六邊切形。其形等邊等角。



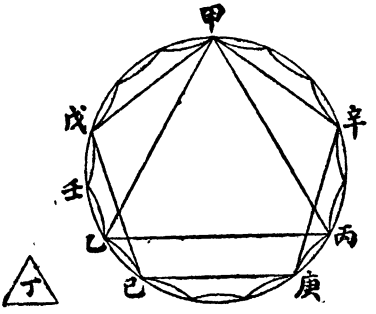
法曰。甲乙丙丁戊己圜其心庚。求作六邊內切圜形。等邊、等角。先作甲丁徑線。次以丁爲心。庚爲界。作圜。兩圜相交於丙、於戊。次從庚心。作丙庚、戊庚兩線。各引長之。爲丙己、戊乙。末作甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊己、己甲六線。相聯。即成甲乙丙丁戊己內切圜六邊形。而等邊等角。

論曰。庚丙、庚丁兩線等。而丁丙、與丁庚、亦等。依圜界說三邊俱等。即庚丙丁。爲平邊角形。而庚丁丙、丁丙庚、丙庚丁、三角俱等。一卷五此三角。元與兩直角等。一卷廿二即每角爲兩直角三分之一。而丙庚丁、丁庚戊、戊庚己、三角。又等於兩直角。一卷十三即戊庚己角。亦兩直角三分之一矣。則丙庚丁、丁庚戊、戊庚己、三角。亦自相等。而此三角、與己庚甲、甲庚乙、乙庚丙、三角、亦等。一卷十五是輳庚心之六角。俱自相等。而所乘之六圜分。三卷廿六及甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、戊己、己甲、六線。俱自相等。三卷廿九則甲乙丙丁戊己形之六邊等。又乙丙、與甲己、兩圜分等。而各加一丙丁戊己圜分。即乙丙丁戊己。與甲己戊丁丙。兩圜分等。

而所乘之乙甲己、與甲乙丙、兩角等。（三卷廿七）依顯乙丙丁、丙丁戊、丁戊己、戊巳甲四角、與乙甲己、甲乙丙、兩角、俱等。則甲乙丙丁戊己形之六角等。

一系。凡圓之半徑、爲六分圓之一之分弦。何者。庚丁、與丁丙等、故。故一開規爲圓、不動而可六平分之。

二系。依前十二、十三、十四題、可作六邊等邊等角形。在圓之外。又六邊等邊等角形內。可作切圓。又六

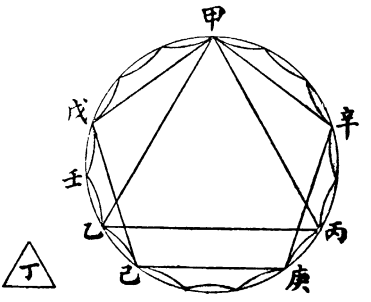


第十六題

有圓。求作圓內十五邊切形。其形等邊等角。

法曰。甲乙丙圓。求作十五邊內切圓形。等邊等角。先作甲乙丙內切圓平等三角形。與丁等角。（本篇二）即三邊等。而甲乙、乙丙、丙甲、三圓分亦等。（三卷廿八）夫甲乙丙圓。十五分之。則甲乙、三分圓之一。當爲十五分之五。次從甲作甲戊己庚辛內切圓五邊形等角。（本篇十一）即甲戊、戊己、己庚、庚辛、辛甲、五圓分等。（三卷廿八）夫甲乙丙圓。十五分之。則甲戊、五分圓之一。當爲十五分之三。而戊乙得十五分之二。次以戊乙圓分、兩平分於壬。（三卷卅）則壬乙得十五分之一。次作壬乙線。依壬乙、共作十五合

則成十五邊等邊形。而十五角所乘之圓分等。卽各角亦等。

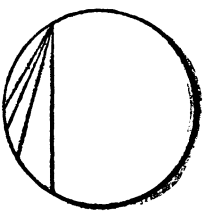


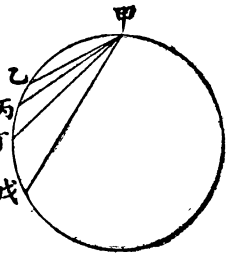
一系。依前十二、十三、十四題。可作外切圓十五邊形。又十五邊形內。可作切圓。又十五邊形外。可作切圓。

注曰。依此法。可設一法作無量數形。如本題圖。甲乙圓分。爲三分圓之一。卽命三。甲戊圓分。爲五分圓之一。卽命五。三與五相乘。得十五。卽知此兩分法。可作十五邊形。又如甲乙命三。甲戊命五。三與五較得二。卽知戊乙得十五分之二。因分戊乙爲兩平分。得壬乙線爲十五分之一。可作內切圓十五邊形也。以此法爲例。作後題。

增題。若圓內從一點。設切圓兩不等等邊等角形之各一邊。此兩邊。一爲若干分圓之一。一爲若干分圓之一。此兩若干分相乘之數。卽後作形之邊數。此兩若干分之較數。卽兩邊相距之圓分。所得後作形邊數內之分數。

法曰。甲乙丙丁戊圓內。從甲點作數形之各一邊。如甲乙爲六邊形之一邊。甲丙爲五邊形之一邊。甲丁爲四邊形之一邊。甲戊爲三邊形之一邊。甲乙命六。甲丙命五。較數一。卽乙丙圓分。爲所作三十邊等邊等角形之一邊。何者。五六相乘爲三十。故當作三十邊也。較數一。故當爲一邊也。





論曰．甲乙圜分．爲六分圜之一．卽得三十分圜之五．而甲丙爲五分圜之一．卽得三十分圜之六．則乙丙得三十分圜之一也．依顯乙丁爲二十四邊形之二邊也．何者．甲乙命六．甲丁命四．六乘四得二十四也．又較數二也．依顯乙戊爲十八邊形之三邊也．丙丁爲二十邊形之一邊也．丙戊爲十五邊形之二邊也．丁戊爲十二邊形之一邊也．

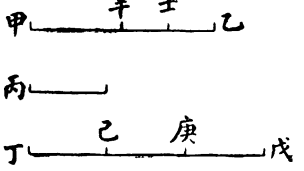
二系．凡作形於圜之內．等邊、則等角．何者．形之角．所乘之圜分皆等、故．三卷廿七　凡作形於圜之外．卽從圜心作直線、抵各角．依本篇十二題可推顯各角等．

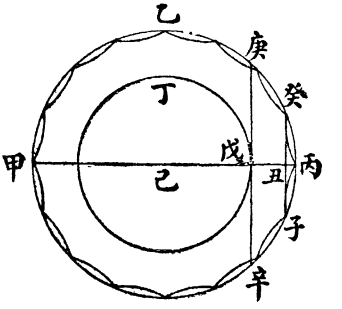
三系．凡等邊形．既可作在圜內．卽依圜內形．可作在圜外．卽形內可作圜．卽形外亦可作圜．皆依本篇十二、十三、十四題．

四系．凡圜內有一形．欲作他形．其形邊倍於此形邊．卽分此形一邊所合之圜分爲兩平分．而每分各作一合線．卽三邊可作六邊．四邊可作八邊．倣此以至無窮．

又補題．圜內有同心圜．求作一多邊形．切大圜．不至小圜．其多邊爲偶數、而等．

法曰．甲乙丙、丁戊、兩圜同以己爲心．求於甲乙丙大圜內作多邊切形．不至丁戊小圜．其多邊爲偶數、





而等.先從己心作甲丙徑線截丁戊圜於戊.次從戊作庚辛爲甲戊之垂線.卽庚辛線切丁戊圜於戊也.三卷十六之系.夫甲庚丙圜分雖大於丙庚.若于甲庚丙減其半甲乙.存乙丙.又減其半乙壬.存壬丙.又減其半壬癸.如是遞減.至其減餘丙癸必小於丙庚.如下補論.既得丙癸圜分.小於丙庚.而作丙癸合圜線.卽丙癸爲所求切圜形之一邊也.次分乙壬圜分.其分數與丙壬之分數等.次分甲乙.與乙丙分數等.分丙甲.與甲乙丙分數等.則得所求形.三卷廿九而不至丁戊小圜.

論曰.試從癸作癸子爲甲丙之垂線.遇甲丙於丑.其庚戊丑癸丑戊兩皆直角.卽庚辛癸子爲平行線.一卷廿八庚辛線之切丁戊圜.既止一點.卽癸子線.更在其外.必不至丁戊矣.何況丙癸更遠於丑癸乎.依顯其餘與丙癸等邊同庶距心者.三卷十四俱不至丁戊圜也.此係十二卷第十六題.因六卷今增題.宜藉此論.故先類附於此.

補論.其題曰.兩幾何不等.若於大率遞減其大半.必可使其減餘小於元設小率.

解曰．甲乙大率丙小率．題言於甲乙遞減其大半．至可使其減餘、小於丙．

論曰．試以丙、倍之．又倍之．至僅大於甲乙而止．爲丁戊．丁戊之分．爲丁己、己庚、庚戊．各與丙等也．次於甲乙減其大半甲辛．存辛乙．又減其大半辛壬．存壬乙．如是遞減．至甲乙與丁戊之分數等．夫甲辛、辛壬、壬乙與丁己、己庚、庚戊．分數既等．丁戊、又大於甲乙．若兩率各爲兩分．而大丁戊之減丁己、止於半小甲乙之減甲辛．爲大半．卽丁戊之減餘．必大於甲乙之減餘也．若各爲多分．而己戊尙多於丙者．卽又於己戊、減己庚．於辛乙、減其大半辛壬．如是遞減．卒至丁戊之末分庚戊．大於甲乙之末分壬乙也．而庚戊元與丙等．是壬乙小於丙也．

又論曰．若於甲乙遞減其半．亦同前論．何者．大丁戊所減．不大於半．則丁戊之減餘．每大於甲乙之減餘．以至末分．亦大於末分．此係十卷第一題．借用於此．以足上論．

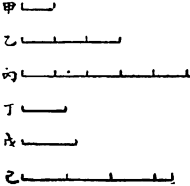
幾何原本第五卷之首

界說十九則

前四卷所論。皆獨幾何也。此下二卷所論。皆自兩以上、多幾何、同例相比者也。而本卷則總說完幾何之同例相比者也。諸卷中。獨此卷以虛例相比。絕不及線、面體、諸類也。第六卷。則論線、論角、論圜界、諸類、及諸形之同例相比者也。今先解向後所用名目。爲界說十九。

第一界

分者。幾何之幾何也。小能度大。以小爲大之分。



以小幾何、度大幾何。謂之分。曰幾何之幾何者。謂非此小幾何。不能爲此大幾何之分也。如一點無分。亦非幾何。卽不能爲線之分也。一線無廣狹之分。非廣狹之幾何。卽不能爲面之分也。一面無厚薄之分。非厚薄之幾何。卽不能爲體之分也。曰能度大者。謂小幾何、度大幾何。能盡大之分者也。如甲爲乙、爲丙之分。則甲爲乙三分之一。爲丙六分之一。無贏、不足也。若戊爲丁之一。卽贏。爲二。卽不足。己爲丁之三、卽贏。爲四、卽不足。是小不盡大。則丁不能爲戊、己之分也。以數明之。若四於八、於十二、於十六、於

二十、諸數皆能盡分。無贏、不足也。若四於六、於七、於九、於十、於十八、於三十八、諸數或贏、或不足。皆不能盡分者也。本書所論皆指能盡分者。故稱爲分。若不盡分者。當稱幾分幾何之幾。如四於六。爲三分六之二。不得正名爲分。不稱小度大也。不爲大幾何內之小幾何也。

第二界

若小幾何能度大者。則大爲小之幾倍。

如第一界圖。甲與乙能度丙。則丙爲甲與乙之幾倍。若丁、戊、不能盡己之分。則己不爲丁、戊、之幾倍。

第三界

比例者。兩幾何以幾何相比之理。

兩幾何者。或兩數。或兩線。或兩面。或兩體。各以同類大小相比。謂之比例。若線與面、或數與線、相比。此異類。不爲比例。又若白線與黑線、熱線與冷線、相比。雖同類。不以幾何相比。亦不爲比例也。

比例之說。在幾何爲正用。亦有借用者。如時如音。如聲。如所如動。如稱之屬。皆以比例論之。

凡兩幾何相比。以此幾何比他幾何。則此幾何爲前率。所比之他幾何爲後率。如以六尺之線、比三尺之線。則六尺爲前率。三尺爲後率也。反用之。以三尺之線、比六尺之線。則三尺爲前率。六尺爲後率也。

比例爲用甚廣。故詳論之。如左。

凡比例有二種。有大合。有小合。以數可明者、爲大合。如二十尺之線、比十尺之線、是也。其非數可明者、

爲小合。如直角方形之兩邊與其對角線可以相比而非數可明者是也。
如上二種又有二名。其大合者爲有兩度之線。如二十尺比八尺兩線爲大合。則二尺四尺皆可兩度之者是也。如此之類凡數之比例皆大合也。何者有數之屬或無他數可兩度者無有一數不可兩度者。若七比九無他數可兩度之。以一則可兩度之也。其小合線爲無兩度之線。如直角方形之兩邊與其對角線爲小合。卽分至萬分以及無數終無小線可以盡分能度兩率者是也。（此論詳見十卷末題）
小合之比例至十卷詳之。本篇所論皆大合也。
凡大合有兩種有等者。如二十比二十。十尺之線比十尺之線是也。有不等者。如二十比十八比四十六尺之線比二尺之線是也。
如上等者爲相同之比例。其不等者又有兩種。有以大不等。如二十比十是也。有以小不等。如十比二十是也。大合比例之以大不等者又有五種。一爲幾倍大二爲等帶一分三爲等帶幾分四爲幾倍大帶一分五爲幾倍大帶幾分。
一爲幾倍大者。謂大幾何內有小幾何或二或三或十或八也。如二十與四是二十內爲四者五。如三十尺之線與五尺之線是三十尺內爲五尺者六。則二十與四名爲五倍大之比例也。三十尺與五尺名爲六倍大之比例也。倣此爲名可至無窮也。
二爲等帶一分者。謂大幾何內既有小之一。別帶一分。此一分或元一之半或三分之一四分之一以

至無窮者是也．如三與二．是三內既有二．別帶一．一爲二之半．如十二尺、與九尺、之線．是十二內既有九．別帶三．三爲九三分之一．則三與二．名爲等帶半也．十二尺與九尺．名爲等帶三分之一也．

三爲等帶幾分者．謂大幾何內．既有小之一．別帶幾分．而此幾分、不能合爲一盡分者．是也．如八與五．是八內既有五．別帶三．一每一各爲五之分．而三一不能合而爲五之分也．他如十與八．其十內既有八．別帶二．一雖每一各爲八之分．與前例相似．而二一却能爲八四分之一．是爲帶一分．屬在第二不屬三也．則八與五．名爲等帶三分也．又如二十二、與十六．卽名爲等帶六分也．〇四爲幾倍大帶一分者．謂大幾何內．既有小幾何之二、之三、之四、等別帶一分．此一分．或元一之半．或三分四分之一、以至無窮者是也．如九與四．是九內既有二四．別帶一．一爲四四分之一．則九與四．名爲二倍大帶四分之一也．

五爲幾倍大帶幾分者．謂大幾何內．既有小幾何之二、之三、之四、等別帶幾分．而此幾分．不能合爲一盡分者．是也．如十一與三．是十一內既有三三．別帶二．一．每一各爲三之分．而二一不能合而爲三之分也．則十一與三．名爲三倍大帶二分也．

大合比例之以小不等者．亦有五種．俱與上以大不等五種．相反爲名．一爲反幾倍大．二爲反等帶一分．三爲反等帶幾分．四爲反幾倍大帶一分．五爲反幾倍大帶幾分．

凡比例諸種．如前所設諸數．俱有書法．書法中有全數．有分數．全數者．如一、二、三、十、百、等是也．分數者．

如分一以二、以三、以四、等是也。書全數依本數書之。不必立法。書分數必有兩數。一爲命分數。一爲得分數。卽如分一以三而取其二。則爲三分之二。卽三爲命分數。二爲得分數也。分一爲十九而取其七。則爲十九分之七。卽十九爲命分數。七爲得分數也。

書以大、小、不等各五種之比例。其一幾倍大以全數書之。如二十與四。爲五倍大之比例。卽書五、是也。若四倍、卽書四、六倍、卽書六、也。其反幾倍大。卽用分數書之。而以大比例之數、爲命分之數。以一爲得分之數。如大爲五倍大之比例。則此書五之一、是也。若四倍、卽書四之一。六倍、卽書六之一也。

其二等帶一分之比例。有兩數。一全數。一分數。其全數恆爲一。其分數。則以分率之數、爲命分數。恆以一爲得分數。如三與二名爲等帶半。卽書一別書二之一也。其反等帶一分。則全用分數。而以大比例之命分數、爲此之得分數。以大比例之命分數、加一、爲此之命分數。如大爲等帶二之一。卽此書三之二也。又如等帶八分之一。反書之。卽書九之八也。又如等帶一千分之一。反書之。卽書一千〇〇一之一千也。

其三等帶幾分之比例。亦有兩數。一全數。一分數。其全數亦恆爲一。其分數。亦以分率之數、爲命分數。以所分之數、爲得分數。如十與七名爲等帶三分。卽書一別書七之三也。其反等帶幾分。亦全用分數。而以大比例之命分數、爲此之得分數。以大比例之命分數、加大之得分數。爲此之命分數。如大爲等帶七之三。命數七。得數三。七加三爲十。卽書十之七也。又如等帶二十之三。反書之。二十加三。卽書二

十三之二十也。

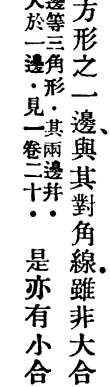
其四幾倍大帶一分之比例。則以幾倍大之數、爲全數。以分率之數、爲命分數。恆以一爲得分數。如二十二與七。二十二內。既有三七別帶一。一爲七七分之一。名爲三倍大帶七分之一。卽以三爲全數。七爲命分數。一爲得分數。書三。別書七之一也。其反幾倍大帶一分。則以大比例之命分數、爲此之得分數。以大之命分數、乘大之倍數。加一。爲此之命分數。如大爲三帶七之一。卽以七乘三、得二十一。又加一。爲命分數。書二十二之七也。又如五帶九之一。反書之。九乘五、得四十五。加一、爲四十六。卽書四十六之九也。

其五幾倍大帶幾分之比例。亦以幾倍大之數、爲全數。以分率之數、爲命分數。以所分之數、爲得分數。如二十九與八。二十九內。既有三八別帶五一。名爲三倍大帶五分。卽以三爲全數。八爲命分數。五爲得分數。書三。別書八之五也。其反幾倍大帶幾分。則以大比例之命分數、爲此之得分數。以大比例之命分數、乘大之倍數。加大之得分數。爲此之命分數。如大爲三帶八之五。卽以八乘三、得二十四。加五、爲二十九。書二十九之八也。又如四帶五之二。卽書二十二之五也。

已上大小十種。足盡比例之凡。不得加一、減一。

第四界

兩比例之理相似。爲同理之比例。



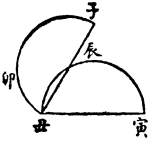
兩幾何相比．謂之比例．兩比例相比．謂之同理之比例．如甲與乙、兩幾何之比例．偕丙與丁、兩幾何之比例．其理相似．爲同理之比例．又若戊與己、兩幾何之比例．偕己與庚、兩幾何之比例．其理相似．亦同理之比例．

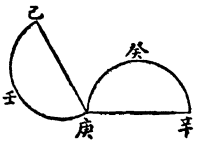
凡同理之比例．有三種．有數之比例．有量法之比例．有樂律之比例．本篇所論．皆量法之比例也．量法比例．又有二種．一爲連比例．連比例者．相續不斷．其中率與前、後、兩率遞相爲比例．而中率既爲前率之後．又爲後率之前．如後圖戊與己比．己又與庚比．是也．二爲斷比例．斷比例者．居中兩率一取不再用．如前圖甲自與乙比．丙自與丁比．是也．

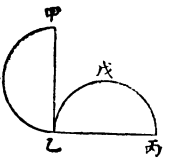
第五界

兩幾何．倍其身而能相勝者．爲有比例之幾何．

上文言爲比例之幾何．必同類．然同類中．亦有無比例者．故此界顯有比例之幾何也．曰倍其身而能相勝者．如三尺之線．與八尺之線．三尺之線．三倍其身．卽大於八尺之線．是爲有比例之線也．又如直角方形之一邊．與其對角線．雖非大合之比例．可以數明．而直角方形之一邊．一倍之．卽大於對角線．（兩邊等三角形．其兩邊并．必大於一邊．見一卷二十．）是亦有小合比例之線也．又圜之徑．四倍之．卽大於圜之界．則圜之徑與界．





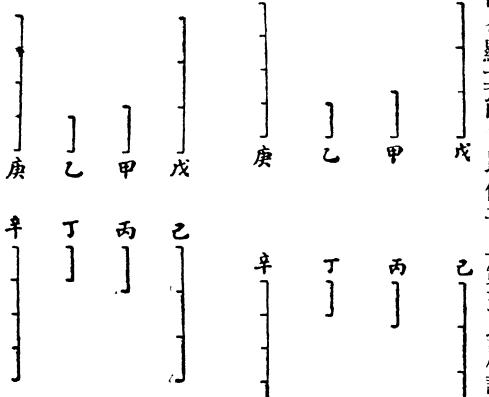


亦有小合比例之線也.（圜之界、當三徑七分徑之一弱．別見圜形書．）又曲線與直線.亦有比例.如以大小兩曲線相合.爲初月形.別作一直角方形.與之等.（六卷三十三一增題今附）即曲直兩線相視.有大有小.亦有比例也.又方形與圜.雖自古至今.學士無數.不能爲相等之形.然兩形相視.有大有小.亦不可謂無比例也.又直線角與曲線角.亦有比例.如上圖.直角、鈍角、銳角.皆有與曲線角等者.若第一圖.甲乙丙直角.在甲乙、乙丙兩直線內.而其間設有甲乙丁、與丙乙戊、兩圜分角等.即於甲乙丁角、加甲乙戊角.則丁乙戊曲線角.與甲乙丙直角等矣.依顯壬庚癸曲線角.與己庚辛鈍角等也.又依顯卯丑辰曲線角.與子丑寅銳角.各減同用之子丑、丑辰、內圜小分.即兩角亦等也.此五者.皆疑無比例.而實有比例者也.他若有窮之線.與無窮之線.雖則同類.實無比例.何者.有窮之線.畢世倍之.不能勝無窮之線故也.又線與面.面與體.各自爲類.亦無比例.何者.畢世倍線.不能及面.畢世倍面.不能及體.故也.又切圜角、與直線銳角.亦無比例.何者.依三卷十六題所說.畢世倍切邊角.不能勝至小之銳角.故也.此後諸篇中.每有倍此幾何.令至勝彼幾何者.故備著其理.以需後論也.

第六界

四幾何若第一與二偕第三與四爲同理之比例則第一第三之幾倍偕第二第四之幾倍其相視或等或俱爲大俱爲小恆如是

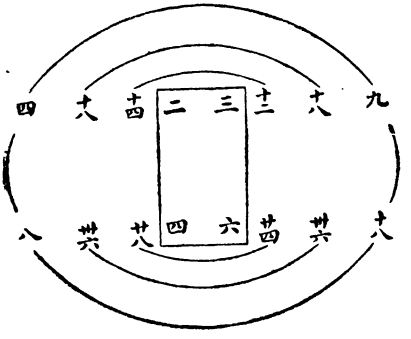
兩幾何曷顯其能爲比例乎上第五界所說是也兩比例曷顯其能爲同理之比例乎此所說是也其術通大合小合皆以加倍法求之如一甲二乙三丙四丁四幾何於一甲三丙任加幾倍爲戊爲己戊倍甲己倍丙其數自相等次於二乙四丁任加幾倍爲庚爲辛庚倍乙辛倍丁其數自相等而戊與己偕庚與辛相視或等或俱大或俱小如是等大小累試之恆如是即知一甲與二乙偕三丙與四丁爲同理之比例也



如初試之甲幾倍之戊小於乙幾倍之庚而丙幾倍之己亦小於丁幾倍之辛又試之倍甲之戊與倍乙之庚等而倍丙之己亦與倍丁之辛等三試之倍甲之戊大於倍乙之庚而倍丙之己亦大於

倍丁之辛。此之謂或相等。或雖不等。而俱爲大。俱爲小。若累合一差。卽元設四幾何。不得爲同理之比例。如下第八界所指是也。

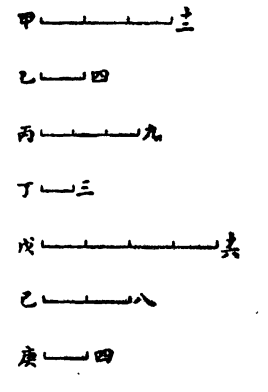
下文所論。若言四幾何爲同理之比例。卽當推顯第一、第三之幾倍。與第二、第四之幾倍。或等。或俱大、俱小。若許其四幾何爲同理之比例。亦如之。



以數明之。如有四幾何。第一爲三。第二爲二。第三爲六。第四爲四。今以第一之三。第三之六。同加四倍。爲十二。爲二十四。次以第二之二。第四之四。同加七倍。爲十四。爲二十八。其倍第一之十二。既小於倍第二之十四。而倍第三之二十四。亦小於倍第四之二十八也。又以第一之三。第三之六。同加六倍。爲十八。爲三十六。次以第二之二。第四之四。同加九倍。爲十八。爲三十六。其倍第一之十八。既等於倍第二之十八。而倍第三之三十六。亦等於倍第四之三十六也。又以第一之三。第三之六。同加三倍。爲九。爲十八。次以第二之二。第四之四。同加二倍。爲四。爲八。其倍第一之九。既大於倍第二之四。而倍第三之十八。亦大於倍第

四之八也。若爾。或俱大、俱小。或等。累試之、皆合。則三與二。偕六與四。得爲同理之比例也。以上論四幾何者。斷比例之法也。其連比例法倣此。但連比例之中率。兩用之。既爲第二。又爲第三。視此異耳。

第七界



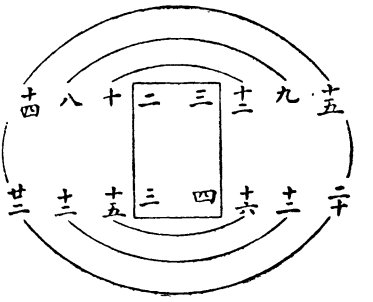
同理比例之幾何。爲相稱之幾何。

甲與乙。若丙與丁。是四幾何、爲同理之比例。卽四幾何、爲相稱之幾何。又戊與己。若己與庚。卽三幾何、亦相稱之幾何。

第八界

四幾何。若第一之幾倍。大於第二之幾倍。而第三之幾倍。不大於第四之幾倍。則第一與二之比例。大於第三與四之比例。

此反上第六界。而釋不同理之兩比例。其相視。曷顯爲大。曷顯爲小也。謂第一、第三之幾倍。與第二、第四之幾倍。依上累試之。其間有第一之幾倍。大



於第二之幾倍。而第三之幾倍。乃或等、或小、於第四之幾倍。即第一與二之比例。大於第三與四之比例也。如上圖甲一、乙二、丙三、丁四。甲與丙。各三倍爲戊、己。乙與丁。各四倍爲庚、辛。其甲三倍之戊。大於乙四倍之庚。而丙三倍之己。乃小於丁四倍之辛。即甲與乙之比例。大於丙與丁也。若第一之幾倍。小於第二之幾倍。而第三之幾倍。乃或等、或大、於第四之幾倍。即第一與二之比例。小於第三與四之比例。如是等、大、小、相戾者。但有其一。不必再試。

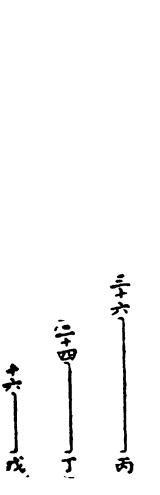
以數明之。中設三、二、四、三、四幾何。先有第一之倍。大於第二之倍。而第三之倍。亦大於第四之倍。後復有第一之倍。大於第二之倍。而第三之倍。乃大於第四之倍。後復有第一之倍。大於第二之倍。而第三之倍。乃或等、或小於第四之倍。即第一與二之比例。大於第三與四也。若以上圖之數反用之。以第一爲二。第二爲一。第三爲四。第四爲三。則第一與二之比例。小於第三與四。

第九界

同理之比例。至少必三率。

同理之比例。必兩比例相比。如甲與乙。若丙與丁。是四率斷比例也。若連比例之戊與己。若己與庚。

中率己、既爲戊之後。又爲庚之前。是以三率當四率也。



第十界

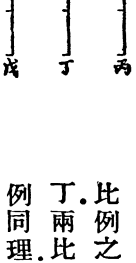
三幾何。爲同理之連比例。則第一與三。爲再加之比例。四幾何。爲同理之連比例。則第一與四。爲三加之比例。倣此以至無窮。

甲、乙、丙、丁、戊、五幾何。爲同理之連比例。其甲與乙。若乙與丙。乙與丙若丙與丁。丙與丁若丁與戊。卽一甲與三丙。視一甲與二乙。爲再加之比例。又一甲與四丁。視一甲與二乙。爲三加之比例。何者。甲、丁之中。有乙、丙、兩幾何。爲同理之比例。如甲與乙。故也。又一甲與五戊。視一甲與二乙。爲四加之比例也。若反用之。以戊爲首。則一戊與三丙爲再加。與四乙爲三加。與五甲爲四加也。

下第六卷二十題。言此直角方形、與彼直角方形。爲此形之一邊。與彼形之一邊再加之比例。何者。

若作三幾何、爲同理之連比例。則此直角方形、與彼直角方形。若第一幾何與第三幾何。故也。以數明之。如此直角方形之邊三尺。而彼直角方形之邊一尺。卽此形邊與彼形邊。若九與一也。夫九與一之間。有三爲同理之比例。則九、三、一、三幾何之連比例。既有三與一爲比例。又以九比三。三比一。爲再加之比例也。則彼直角方形。當爲此形九分之一。不止爲此形三分之一也。大略第一與二之比例。若線相比。第一與三若平面相比。第一與四若體相比也。第一與五。若算家三乘方。與六。若四乘方。與七。若五乘方。倣此以至無窮。

第十一界



同理之幾何。前與前相當。後與後相當。

上文已解同理之比例。此又解同理之幾何者。蓋一比例之兩幾何。有前、後。而同理之兩比例四幾何。有兩前、兩後。故特解言比例之論。常以前與前相當。後與後相當也。如上甲與乙。丙與丁。兩比例同理。則甲與丙相當。乙與丁相當也。戊、己、庚、兩比例同理。則己既爲前。又爲後。兩相當也。如下文有兩三角形之邊相比。亦常以同理之兩邊相當。不可混也。

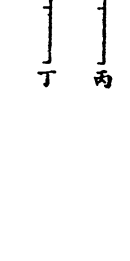
上文第六、第八界說幾何之幾倍。常以一與三同倍。二與四同倍。則以第一、第三爲兩前。第二、第四爲兩後。各同理故。

第十二界

有屬理。更前與前。更後與後。

此下說比例六理。皆後論所需也。

四幾何。甲與乙之比例。若丙與丁。今更推甲與丙。若乙與丁。爲屬理。下言屬理。皆省曰更。



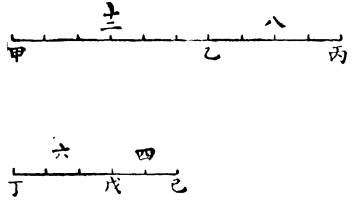
有反理。取後爲前。取前爲後。

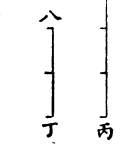
此論未證。證見本卷十六。

此界之理。可施於四率同類之比例。若兩線、兩面。或兩面、兩數等。不爲同類。卽不得相更也。

第十三界

甲與乙之比例。若丙與丁。今反推乙與甲。若丁與丙。爲反理。





證見本篇四之系。

此界之理。亦可施於異類之比例。

第十四界

有合理。合前與後爲一、而比真後。

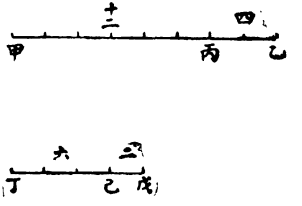
甲乙與乙丙之比例。若丁戊與戊己。今合甲丙爲一、而比乙丙。合丁己爲一、而比戊己。卽推甲丙與乙丙。若丁己與戊己。是合兩前、後率、爲兩一率。而比兩後率也。

證見本卷十八。

第十五界

有分理。取前之較、而比其後。

甲乙與丙乙之比例。若丁戊與己戊。今分推甲乙之較甲丙、與丙乙。若丁戊之較丁己、與己戊。

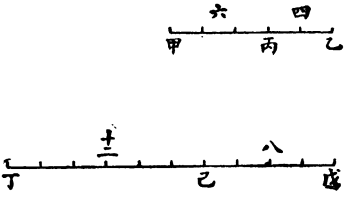


證見本卷十七。

第十六界

有轉理。以前爲前。以前之較爲後。

甲乙與丙乙之比例。若丁戊與己戊。今轉推甲乙與甲丙。若丁戊與丁己。



證見本卷十九。

第十七界

有平理。彼此幾何。各自三以上。相爲同理之連比例。則此之第一與三。若彼之第一與三。又曰。去其中。取其首尾。

甲、乙、丙三幾何。丁、戊、己三幾何。等數。相爲同理之連比例者。甲與乙、若丁與戊。乙與丙、若戊與己也。今平推首甲與尾丙。若首丁與尾己。

平理之分。又有二種。如後二界。

第十八界

有平理之序者。此之前與後。若彼之前與後。而此之後與他率。若彼之後與他率。

甲與乙。若丁與戊。而後乙、與他率丙。若後戊、與他率己。是序也。今平推甲與丙。若丁與己也。此與十七界同。重宣序義。以別後界也。

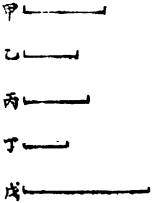
證見本卷廿二。

第十九界

有平理之錯者。此數幾何。彼數幾何。此之前與後。若彼之前與後。而此之後與他率。若彼之他率與其前。甲、乙、丙數幾何。丁、戊、己數幾何。其甲與乙若戊與己。又此之後乙與他率丙。若彼之他率丁與前戊。是錯也。今平推甲與丙若丁與己也。十八、十九、界推法。於十七界中通論之。故兩題中不再著也。

詳見本卷廿三。

增一幾何有一幾何、相與爲比例。即此幾何必有彼幾何、相與爲比例。而兩比例等。一幾何有一幾何、相與爲比例。即必有彼幾何、與此幾何爲比例。而兩比例等。此例同理。省曰比例等。



甲幾何與乙幾何、爲比例。即此幾何丙。亦必有彼幾何、如丁。相與爲比例。若甲與乙也。丙幾何與丁幾何、爲比例。即必有彼幾何、如戊。與此幾何丙、爲比例。若丙與丁也。此理推廣無礙。於理有之。不必舉其率也。舉率之理。備見後卷。

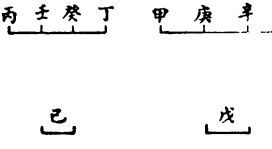
幾何原本第五卷

本篇論比例　計三十四題

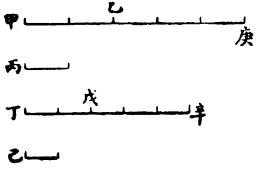
第一題

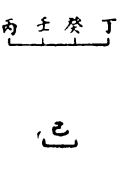
此數幾何彼數幾何此之各率同幾倍於彼之各率則此之幷率亦幾倍於彼之幷率

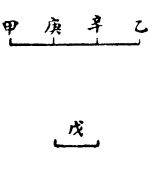
解曰如甲乙丙丁此二幾何大於戊己彼二幾何各若干倍題言甲乙丙丁幷大於戊己幷亦若干倍



論曰如甲乙與丙丁既各三倍大於戊與己即以甲乙三分之各與戊等爲甲庚庚辛辛乙又以丙丁







三分之各與己等爲丙壬、壬癸、癸丁。卽甲乙與丙丁所分之數等。而甲庚既與戊等。丙壬既與己等。卽於甲庚加丙壬。於戊加己。其甲庚、丙壬、幷與戊、己、幷、必等。依顯庚辛、壬癸、幷。辛乙、癸丁、幷。與戊、己、幷各等。夫甲乙與丙丁之分三合於戊、己皆等。本卷界說二 則甲乙、丙丁、幷三倍大於戊、己、幷、

第二題

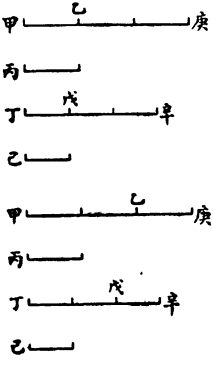
六幾何。其第一倍第二之數。等於第三倍第四之數。而第五倍第二之數。等於第六倍第四之數。則第一、第五、幷、倍第二之數。等於第三、第六、幷、倍第四之數。

解曰。一甲乙倍二丙之數。如三丁戊倍四己之數。又五乙庚倍二丙之數。如六戊辛倍四己之數。題言一甲乙、五乙庚、幷倍二丙之數。若三丁戊、六戊辛、幷倍四己之數。

論曰。甲乙、丁戊之倍於丙、己。其數等。則甲乙幾何內有丙幾何若干。與丁戊幾何內有己幾何若干。其數亦等。本卷界說二 依顯乙庚內有丙若干。與戊辛內有己若干。亦等。次於甲乙、丁戊兩等數率每加一等數之乙

庚戊辛率則甲庚丁辛兩幾何內之分數等而一五幷之甲庚內有二丙若干與三六幷之丁辛內有四己若干亦等

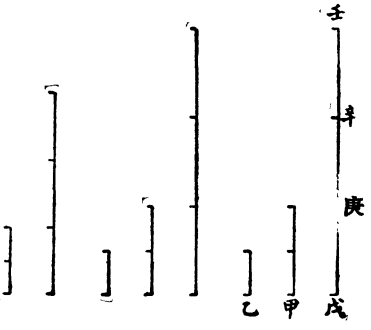
注曰若第一第三兩幾何之數與第二第四兩幾何之數各等而第五倍第二之數等於第六倍第四之數或第一倍第二之數等於第三倍第四之數而第五第二兩幾何之數與第六第四兩幾何之數各等俱同本論如上二圖甲庚爲第一第五之幷率其倍二丙之數與丁辛爲第三第六之幷率其倍四己之數等也甲庚內有丙若干與丁辛內有己若干等故同理他若第一第三兩幾何之數第五第六兩幾何之數與第二第四兩幾何之數各等此理更明何者第一第五幷之倍第二若第三第六幷之倍第四俱兩倍故



第三題

四幾何其第一之倍於第二若第三之倍於第四次倍第一又倍第三其數等則第一所倍之與第二若第三所倍之與第四

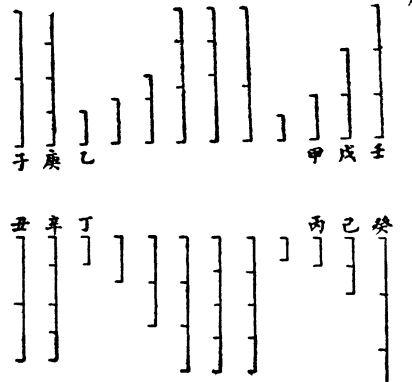
解曰一甲所倍於二乙若三丙所倍於四丁次作戊己兩幾何同若干倍於甲於丙題言以平理推戊倍乙之數若己倍丁



論曰．戊與己之倍甲與丙．其數既等．試以戊作若干分．各與甲等．爲戊庚、庚辛、辛壬．次分己亦如之．爲己癸、癸子、子丑．卽戊內有甲若干．與己內有丙若干等．本卷界說一　夫戊庚與甲．己癸與丙．既等．而甲之倍

乙。與丙之倍丁。又等。則戊庚倍乙。若己癸倍丁也。依顯庚辛、辛壬、各所倍於乙。若癸子、子丑、各所倍於丁也。夫一戊庚之倍二乙。既若三己癸之倍四丁。而五庚辛之倍二乙。亦若六癸子之倍四丁。則一戊庚、五庚辛、幷之倍二乙。若三己癸、六癸子、幷之倍四丁也。（本篇二）又一戊辛之倍二乙。既若三己子之倍四丁。而五辛壬之倍二乙。亦若六子丑之倍四丁。則一戊辛、五辛壬、幷之倍二乙。若三己子、六子丑、幷之倍四丁也。辛壬、子丑、以上。任作多分。皆倣此論。

第四題　其系爲反理



四幾何。其第一與二。偕第三與四。比例等。第一、第三、同任爲若干倍。第二、第四、同任爲若干倍。則第一所倍、與第二所倍。第三所倍、與第四所倍。比例亦等。

解曰。甲與乙。偕丙與丁。比例等。次作戊與己。同任若干倍於一甲、三丙。別作庚與辛。同任若干倍於二乙、四丁。題言一甲所倍之戊、與二乙所倍之庚。偕三丙所倍之己、與四丁所倍之辛。比例亦等。

論曰。試以戊、己二幾何。同任倍之。爲壬、爲癸。別以

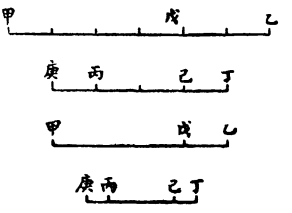
庚辛同任倍之爲子爲丑其戊之倍甲既若己之倍丙而壬之倍戊亦若癸之倍己即壬之倍甲亦若癸之倍丙也本篇三依顯子之倍乙亦若丑之倍丁也夫甲與乙偕丙與丁之比例既等而壬癸所倍於甲丙子丑所倍於乙丁各等即三試之若倍甲之壬小於倍乙之子則倍丙之癸亦小於倍丁之丑矣若壬子等即癸丑亦等矣若壬大於子即癸亦大於丑矣本卷界說六夫戊己之倍爲壬癸也庚辛之倍爲子丑也不論幾許倍其等大小三試之恆如是也則一戊所倍之壬與二庚所倍之子偕三己所倍之癸與四辛所倍之丑等大小皆同類也而戊與庚偕己與辛之比例必等本卷界說六一系凡四幾何第一與二偕第三與四比例等即可反推第二與一偕第四與三比例亦等何者如上倍甲之壬與倍乙之子偕倍丙之癸與倍丁之丑等大小俱同類而顯甲與乙若丙與丁即可反說倍乙之子與倍甲之壬偕倍丁之丑與倍丙之癸等大小俱同類而乙與甲亦若丁與丙本卷界說六二系別有一論亦本書中所恆用也曰若甲與乙偕丙與丁比例等則甲之或二或三倍與乙之或二或三倍偕丙之或二或三倍與丁之或二或三倍比例俱等倣此以至無窮

第五題

大小兩幾何此全所倍於彼全若此全截取之分所倍於彼全截取之分則此全之分餘所倍於彼全之分餘亦如之

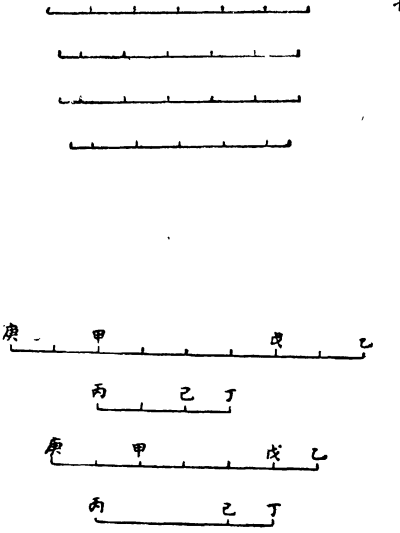
解曰甲乙大幾何丙丁小幾何甲乙所倍於丙丁若甲乙之截分甲戊所倍於丙丁之截分丙己題言

甲戊之分餘、戊乙、所倍於丙己之分餘、己丁．亦如其數．



論曰．試作一他幾何．爲庚丙．令戊乙之倍庚丙．若甲戊之倍丙己也．本卷界說增甲戊、戊乙、之倍丙己、庚丙．其數等．卽其兩幷、甲乙之倍庚己．亦若甲戊之倍丙己也．一本篇而甲乙之倍丙丁．元若甲戊之倍丙己．則丙丁與庚己等也．次每減同用之丙己．卽庚丙與己丁、亦等．而戊乙之倍己丁．亦若戊乙之倍庚丙矣．夫戊乙之倍庚丙．既若甲戊之倍丙己．則戊乙、爲甲戊之分餘．所倍於己丁、爲丙己之分餘者．亦若甲乙之倍丙丁也．

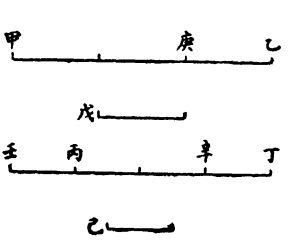
又論曰．試作一他幾何、爲庚甲．令庚甲之倍己丁．若甲戊之倍丙己．（本卷界說二十）即其兩幷、庚戊之倍丙丁．亦若甲戊之倍丙己也．（本篇一）而甲乙之倍丙丁．元若甲戊之倍丙己．是庚戊與甲乙等矣．次每減同用之甲戊．即庚甲與戊乙等也．而庚甲之倍己丁．若甲乙之倍丙丁也．則戊乙之倍己丁．亦若甲乙之倍丙丁也．



第六題

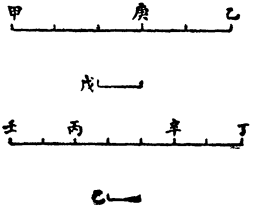
此兩幾何．各倍於彼兩幾何．其數等．於此兩幾何．每減一分．其一分之各倍於所當彼幾何．其數等．則其

分餘、或各與彼幾何等．或倘各倍於彼幾何．其數亦等．

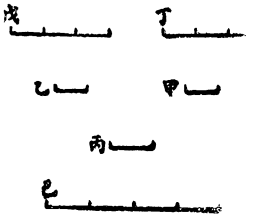


解曰．甲乙丙丁兩幾何．各倍於戊、己兩幾何．其數等．每減一甲庚、丙辛．甲庚、丙辛之倍戊、己．其數等．題言分餘庚乙、辛丁．或與戊、己等．或倘各倍於戊、己．其數亦等．

論曰．甲乙全、與其分甲庚．既各多倍於戊．則分餘庚乙、與戊．其或等．或倘幾倍．必矣．何者．庚乙與戊．不等、不幾倍．其加於甲庚．不成爲戊之多倍也．然則庚乙與戊等．曷爲辛丁與己亦等．試作壬丙、與己等．其一甲庚之倍二戊．既若三丙辛之倍四己．而五庚乙之等二戊．又若六壬丙之等四己．則第一、第五幷之甲乙、所倍於二戊．若第三、第六幷之壬辛、所倍於四己也．本篇二而甲乙之倍戊．元若丙丁之倍己．即壬辛與丙丁、亦等．次每減同用之丙辛．即壬丙與辛丁、必等．是辛丁與己亦等矣．然則庚乙之倍戊、曷爲與辛丁之倍己等．試作壬丙．其倍己．若庚乙之倍戊．依前論．甲乙之倍戊．若壬辛之倍己．本篇二而壬辛與丙丁等．壬丙與辛丁亦等．是辛丁之倍己．亦若庚乙之倍戊矣．



第七題　二支

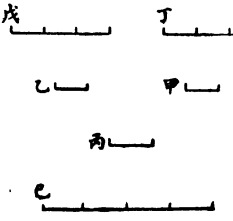


此兩幾何等則與彼幾何各爲比例、必等。而彼幾何、與此相等之兩幾何。各爲比例、亦等。

解曰。甲乙兩幾何等。彼幾何丙不論等、大、小、於甲乙。題言甲與丙。偕乙與丙。各爲比例。必等。又反上言丙與甲偕丙與乙。各爲比例。亦等。

論曰。試作丁戊兩率。任同若干倍於甲乙。卽丁與戊等。別作己。任若干倍於丙。其丁戊既等。卽丁視己。與戊視己。或等、或大、或小。必同類矣。夫一甲三乙所倍之丁戊。偕當二又當四之丙所倍之己。其等、大、小、既同類。本卷界說六則一甲與二丙之比例。若三乙與四丙矣。反說之。

當一、當三之丙所倍之己。偕二甲、四乙所倍之丁、戊。其等大、小既同類。則一丙與二甲之比例。若三丙與四乙矣。

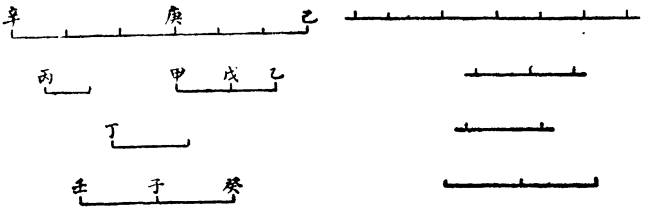


後詮與本篇第四題之系。同用反理。如甲與丙。若乙與丙。反推之。丙與甲。亦若丙與乙也。

第八題

大小兩幾何。各與他幾何爲比例。則大與他之比例。大於小與他之比例。而他與小之比例。大於他與大之比例。

解曰。不等兩幾何。甲乙大。丙小。又有他幾何丁。不論等大、小於甲乙、於丙。題言甲乙與丁之比例。大於丙與丁之比例。又反上言丁與丙之比例。大於丁與甲乙之比例。



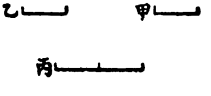
論曰．試於大幾何甲乙內．分甲戊．與小幾何丙等．而戊乙爲分餘．次以甲戊、戊乙作同若干倍之辛庚、庚己．而庚己爲戊乙之倍．必令大於丁．辛庚、爲甲戊之倍．必令大於丁．或等於丁．如不足．以倍加之也．其庚己、辛庚、之倍於戊乙、甲戊、既等．卽辛己之倍甲乙．若辛庚之倍甲戊矣．（本篇一）甲戊、卽丙也．次作一壬癸．爲丁之倍．令僅大於辛庚．兩倍不足．三之．又不足．任加之．已大．勿倍也．次於壬癸、截取子癸．與丁等．卽壬子必不大於辛庚．何者．向作壬癸．爲丁之倍．元令僅大於辛庚．若壬子大於辛庚者．何必又倍之爲壬癸也．故僅大之壬癸、截去子癸者．必不大於辛庚也．則壬子或等、或小、於辛庚矣．夫庚己既大於丁．而子癸與丁等．卽庚己必大於子癸．又辛庚不小於壬子．（或大或等）卽辛己亦大於壬癸也．夫辛己、辛庚、同若干倍於第一甲乙、第三丙也．而壬癸之倍於當二之丁、當四之丁．又同一率也．則第一所倍之辛己．大於第二所倍之壬癸．而第三所倍之辛庚．不大於第四所倍之壬癸．（辛庚元小於壬癸）是一甲乙與二丁之比例．大於三丙與四丁矣．（本卷界說八）次反上說一丁所倍之壬癸．（反說．則丁當一、當二．丙二．甲乙四．）大於二丙所倍

之辛庚。而三丁所倍之壬癸。不大於四甲乙所倍之辛己。（壬癸必小於辛己）是一丁與二丙之比例。大於三丁與四甲乙矣。（本卷界說八）

第九題　二支

兩幾何與一幾何。各爲比例。而等。則兩幾何必等。一幾何與兩幾何。各爲比例。而等。則兩幾何亦等。

先解曰。甲乙兩幾何。各與丙爲比例。等。題言甲與乙等。



論曰。如云不然。而甲大於乙。卽甲與丙之比例。宜大於乙與丙。（本篇八）何先設兩比例等也。故比例等。則甲與乙等。

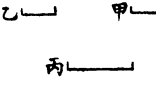
後解曰。丙幾何。與甲、與乙。各爲比例。等。題言甲與乙等。

論曰。如云不然。而甲大於乙。卽丙與乙之比例。宜大於丙與甲。（本篇八）何先設兩比例等也。

第十題　二支

彼此兩幾何。此幾何、與他幾何之比例。大於彼與他之比例。則此幾何、大於彼。他幾何、與彼幾何之比例。大於他與此之比例。則彼幾何、小於此。

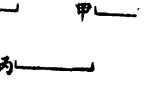
先解曰。甲、乙兩幾何。復有丙幾何。甲與丙之比例。大於乙與丙。題言甲大於乙。



論曰。如云不然。甲與乙等。卽所爲兩比例、宜等。（本篇七）何先卽甲與丙大也。又不然。甲小於乙。卽乙與丙之比例。宜大於甲與丙。（本篇八）何先設甲與丙大也。

後解曰。丙與乙之比例。大於丙與甲。題言乙小於甲。

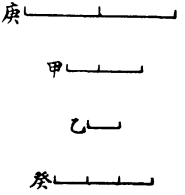
論曰。如云不然。乙與甲等。卽所爲兩比例、宜等。（本篇七）何先設丙與乙大也。又不然。乙大於甲。卽丙與甲之比例。宜大於丙與乙。何先設丙與乙大也。



第十一題

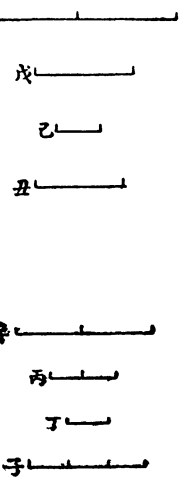
此兩幾何之比例。與他兩幾何之比例、等。而彼兩幾何之比例。與他兩幾何之比例、亦等。則彼兩幾何之比例。與此兩幾何之比例、亦等。

解曰。甲乙偕丙丁之比例。各與戊己之比例等。題言甲乙與丙丁之比例、亦等。



論曰。試於各前率之甲、丙、戊。同任倍之爲庚、辛、壬。別於各後率之乙、丁、己同任倍之爲癸、子、丑。其一甲

與二乙之比例。既若三戊與四己。卽三試之。若倍一甲之庚。小於倍二乙之癸。卽倍三戊之壬。亦小於倍四己之丑矣。若庚癸等。卽壬丑亦等。若庚大於癸。卽壬亦大於丑矣。本卷界說六依顯壬之視丑。若辛之視子。其等大小亦同類矣。此三前三後率。任作幾許倍。其等大小。皆同類也。本卷界說六則甲與乙之比例。若丙與丁也。



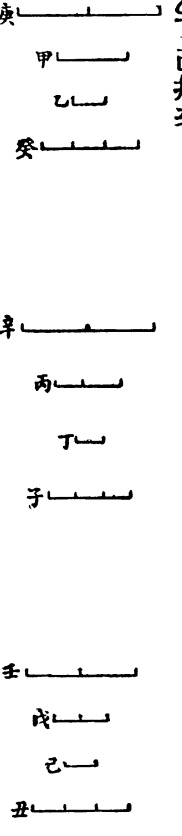
第十二題

數幾何。所爲比例皆等。則幷前率、與幷後率、之比例。若各前率、與各後率、之比例。

解曰。甲乙丙丁戊己數幾何。所爲比例皆等者。甲與乙若丙與丁。丙與丁若戊與己也。題言甲丙戊諸前率幷與乙丁己諸後率幷之比例。若甲與乙丙與丁戊與己各前各後之比例也。

論曰。試於各前率之甲丙戊。同任倍之爲庚辛壬。別於各後率之乙丁己。同任倍之爲癸子丑。卽庚辛、

壬、幷之倍甲、丙、戊、幷。若庚之倍甲也。癸、子、丑、幷之倍乙、丁、己、幷。若癸之倍乙也。（本篇一）夫一甲與二乙。既若三丙與四丁。又若三戊與四己。則庚之倍一甲與癸之倍二乙或等或大或小。偕辛、壬之倍三丙、戊與子、丑之倍四丁、己等大小同類也。又各前所倍庚、辛、壬、幷與各後所倍癸、子、丑、幷。其或等或大或小。亦偕各前所自倍與各後所自倍。其等大小必同類也。（本卷界說六）則一甲與二乙之比例。若三甲丙戊幷與四乙丁己幷矣。

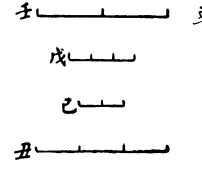


第十三題

數幾何。第一與二之比例。若第三與四之比例。而第三與四之比例。大於第五與六之比例。則第一與二之比例亦大於第五與六之比例。

解曰。一甲與二乙之比例。若三丙與四丁。而三丙與四丁之比例。大於五戊與六己。題言甲與乙之比例。亦大於戊與己。

論曰。試以甲、丙、戊、各前率。同任倍之爲庚、辛、壬。別以乙、丁、己、各後率。同

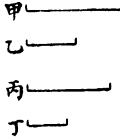


任倍之爲癸、子、丑。其甲與乙既若丙與丁。卽三試之。若倍甲之庚。大於倍乙之癸。卽倍丙之辛。必大於倍丁之子矣。若庚、癸等。卽辛、子、亦等。若庚小於癸。卽辛亦小於子矣。（本卷界說六）次丙與丁既大於戊與己。又三試之。卽倍丙之辛大於倍丁之子。而倍戊之壬不必大於倍己之丑也。或等、或小矣。（本卷界說八）夫庚、癸與辛、子等大小同類。則壬、丑不類於辛、子者。亦不類於庚、癸也。故甲與乙之比例。亦大於戊與己。（本卷界說八）

注曰。若三丙與四丁之比例。或小或等於五戊、六己。則一甲與二乙之比例。亦小亦等於五戊、六己。倣此論推顯。

第十四題

四幾何。第一與二之比例。若第三與四之比例。而第一幾何大於第三。則第二幾何亦大於第四。第一或等、或小於第三。則第二亦等、亦小於第四。

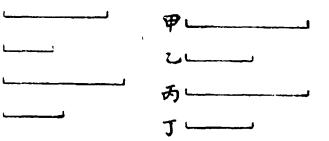


解曰。甲與乙之比例。若丙與丁。題言甲大於丙。則乙亦大於丁。若等、亦等。若小、亦小。

先論曰。如甲大於丙。卽甲與乙之比例。大於丙與乙矣。（本篇八）夫一丙與二丁之比例。既若三甲與四乙。而三甲與四乙之比例。大於五丙與六乙。卽一丙

與二丁之比例。亦大於五丙與六乙。本篇十二是丁幾何小於乙也。本篇十

次論曰。如甲丙等。即甲與乙之比例。若丙與乙。本篇七夫甲與乙之比例。元若丙與丁。而又若丙與乙。是丙與丁之比例。亦若丙與乙也。本篇十則乙與丁等也。本篇九



後論曰。如甲小於丙。即丙與乙之比例。大於甲與乙矣。本篇八夫一丙與二丁之比例。既若三甲與四乙。而三甲與四乙之比例。小於五丙與六乙。即一丙與二丁之比例。亦小於五丙與六乙也。本篇十三是乙小於丁也。本篇十

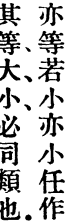
第十五題

兩分之比例與兩多分幷之比例、等。

解曰甲與乙同任倍之爲丙丁爲戊己題言丙丁與戊己之比例若甲與乙

論曰丙丁之倍甲既若戊己之倍乙卽丙丁內有甲若干與戊己內有乙若干等次分丙丁爲丙庚庚辛辛丁各與甲分等分戊己爲戊壬壬癸癸己各與乙分等卽丙庚與戊壬若甲與乙也（丙庚與甲等、戊壬與乙等、故見本篇七）庚辛與壬癸辛丁與癸己皆若甲與乙也（本篇十一）則等甲之丙庚與等乙之戊壬定若丙丁全與

戊己全。而丙丁全與戊己全。若甲與乙矣。本篇十二

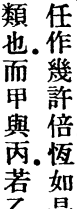


第十六題 更理

四幾何。爲兩比例。等。卽更推前與前。後與後爲比例。亦等。

解曰。甲、乙、丙、丁、四幾何。甲與乙之比例。若丙與丁。題言更推之。甲與丙之比例。亦若乙與丁。

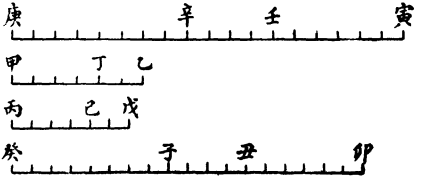
論曰。試以甲與乙。同任倍之爲戊、爲己。別以丙與丁。同任倍之爲庚、爲辛。卽戊與己。若甲與乙也。本篇十五庚與辛。若丙與丁也。夫甲與乙。若丙與丁。而戊與己。亦若甲與乙。卽戊與己。亦若丙與丁矣。依顯庚與辛。若丙與丁。卽戊與己。亦若庚與辛也。本篇十一次三試之。若戊大於庚。則己亦大於辛也。若等、亦等。若小、亦小。任作幾許倍。恆如是也。本篇十四則倍一甲之戊。倍三乙之己。與倍二丙之庚。倍四丁之辛。其等大小。必同類也。而甲與丙。若乙與丁矣。



第十七題 分理

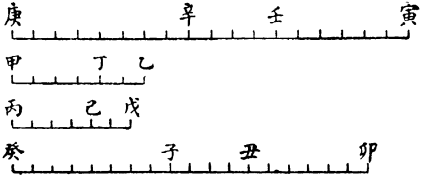
相合之兩幾何。爲比例等。則分之爲比例、亦等。

解曰。相合之兩幾何。其一爲甲乙、丁乙。其一爲丙戊、己戊。比例等者。甲乙與丁乙。若丙戊與己戊也。題言分之爲比例、亦等者。甲丁與丁乙。若丙己與己戊也。



論曰．試以甲丁、丁乙、丙己、己戊．同任倍之爲庚辛、辛壬．爲癸子、子丑．卽庚壬之倍甲乙．若庚辛之倍甲丁也．亦若癸子之倍丙己也．（本篇一）夫癸子之倍丙己．亦若癸丑之倍丙戊．卽庚壬之倍甲乙．亦若癸丑之倍丙戊也．次別以丁乙、己戊．同任倍之爲壬寅．爲丑卯．其一辛壬之倍二丁乙．既若三子丑之倍四

己戊。而五壬寅之倍二丁乙。亦若六丑卯之倍四己戊。即辛寅之倍丁乙。亦若子卯之倍己戊也。（本篇二）夫一甲乙與二丁乙之比例。既若三丙戊與四己戊。而一與三二與四。各所倍等。即三試之。若一甲乙所倍之庚壬。大於二丁乙所倍之辛寅。即三丙戊所倍之癸丑。亦大於四己戊所倍之子卯也。若等、亦等。若小、亦小也。（本卷界說六）如庚壬小於辛寅。而癸丑小於子卯者。即每減一同用之辛壬、子丑。其所存庚辛亦小於壬寅。而癸子亦小於丑卯矣。依顯庚壬等辛寅。而癸丑等子卯者。即庚辛等壬寅。而癸子等丑卯矣。庚壬大於辛寅。而癸丑大於子卯者。即庚辛大於壬寅。而癸子大於丑卯矣。夫庚辛爲甲丁之倍。癸子爲丙己之倍。壬寅爲丁乙之倍。丑卯爲己戊之倍。而甲丁、丙己之所倍。視丁乙、己戊之所倍。其等大小、皆同類。則甲丁與丁乙。若丙己與己戊也。（本卷界說六）題言合之爲比例

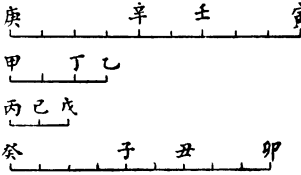


第十八題　合理

兩幾何。分之爲比例、等。則合之爲比例、亦等。

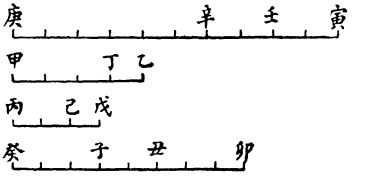
解曰。甲丁、丁乙。與丙己、己戊。兩分幾何。其比例等者。甲丁與丁乙。若丙己與己戊也。題言合之爲比例

亦等者甲乙與丁乙若丙戊與己戊也



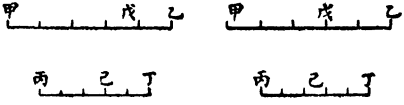
論曰如前論以甲丁丁乙丙己己戊同任倍之爲庚辛辛壬爲癸子子丑（本篇）次別以丁乙己戊同任倍之爲壬寅爲丑卯即庚壬之倍甲乙若癸丑之倍丙戊也（本篇）而辛寅之倍丁乙若子卯之倍己戊也（本篇）夫一甲丁與二丁乙既若三丙己與四己戊而一與三二與四各所倍等即三試之若一甲丁所倍之庚辛小於二丁乙所倍之壬寅即三丙己所倍之癸子亦小於四己戊所倍之丑卯也若等亦等若大亦大也（本卷界說六）如庚辛小於壬寅而癸子亦小於丑卯即每加一辛壬子丑其所幷庚壬亦小於辛寅而癸丑亦小於子卯矣依顯庚辛等壬寅而癸子等丑卯即庚壬等辛寅而癸丑等子卯矣庚

辛大於壬寅。而癸子大於丑卯。卽庚壬大於辛寅。而癸丑大於子卯矣。夫一甲乙所倍之庚壬。與二丁乙所倍之辛寅。偕三丙戊所倍之癸丑。與四己戊所倍之子卯。其等大小皆同類。則甲乙與丁乙。若丙戊與己戊也。本卷界說六



第十九題 其系爲轉理

兩幾何。各截取一分。其所截取之比例。與兩全之比例等。則分餘之比例。與兩全之比例亦等。



解曰．甲乙、丙丁、兩幾何．其甲乙全、與丙丁全之比例若截取之甲戊、與丙己．題言分餘戊乙、與己丁之比例．亦若甲乙、與丙丁．

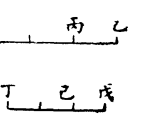
論曰．甲乙與丙丁．既若甲戊與丙己．試更之．甲乙與甲戊．若丙丁與丙己也．本篇六十次分之．戊乙與甲戊．若己丁與丙己也．本篇十七　又更之．戊乙與己丁．若甲戊與丙己也．本篇十六　夫甲戊與丙己．元若甲乙與丙丁．則戊乙與己丁．亦若甲乙與丙丁矣．

一系．從此題．可推界說第十六之轉理．如上甲乙與戊乙．若丙丁與己丁．即轉推甲乙與甲戊．若丙丁與丙己也．何者．甲乙與戊乙．既若丙丁與己丁．試更之．甲乙與丙丁．若截取之戊乙與己丁也．本篇十六　即甲乙全與丙丁全．又若分餘之甲戊與丙己矣．本題　又更之．則甲乙與甲戊．若丙丁與丙己也．本篇十六　此轉理也．

注曰．凡更理可施於同類之比例．不可施於異類．若轉理．不論同異類．皆可用也．依此系．即轉理亦賴更理爲用．似亦不可施於異類矣．今別作一論．不賴更理．以爲轉理．明轉理可施於異類也．

論曰．甲乙與丙乙．若丁戊與己戊．即轉推甲乙與甲丙．若丁戊與丁己．何者．甲乙與丙乙．既若丁戊與己戊．試分之．甲丙與丙乙．若丁己與己戊也．本篇十七　次反之．丙乙與甲丙．若己戊與丁己也．本篇四　次合之．甲乙與甲丙．若丁戊與丁己也．本篇十八

第二十題　三支

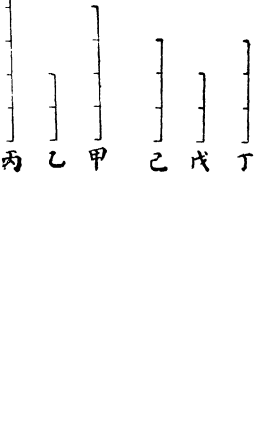


有三幾何。又有三幾何。相爲連比例。而第一幾何大於第三。則第四亦大於第六。第一或等、或小、於第三。則第四亦等、亦小、於第六。

先解曰。甲、乙、丙、三幾何。丁、戊、己、三幾何。其甲與乙之比例。若丁與戊。乙與丙之比例。若戊與己。而甲大於丙。題言丁亦大於己。

論曰甲既大於丙即甲與乙之比例大於丙與乙矣本篇八而甲與乙之比例若丁與戊即丁與戊之比例亦大於丙與乙矣本篇十三又丙與乙之比例若己與戊乙與丙若戊與己反之則丙與乙若己與戊即丁與戊之比例大於己與戊矣是丁大於己也本篇十

次解曰若甲丙等題言丁己亦等



論曰甲丙既等卽甲與乙之比例若丙與乙矣本篇七反理而甲與乙之比例若丁與戊卽丁與戊之比例亦若丙與乙矣本篇十一又丙與乙之比例若己與戊反理卽丁與戊之比例亦若己與戊矣是丁己等也本篇九後解曰若甲小於丙題言亦丁小於己

論曰甲既小於丙卽甲與乙之比例小於丙與乙矣本篇八而甲與乙之比例若丁與戊卽丁與戊之比例亦小於丙與乙矣又丙與乙之比例若己與戊反理卽丁與戊之比例小於己與戊矣是丁小於己也本篇十

第二十一題 三支

有三幾何又有三幾何相爲連比例而錯以平理推之若第一幾何大於第三則第四亦大於第六若第一或等或小於第三則第四亦等亦小於第六

解曰甲乙丙三幾何丁戊己三幾何相爲連比例不序不序者甲與乙若戊與己乙與丙若丁與戊也以平理推之若甲大於丙題言丁亦大於己

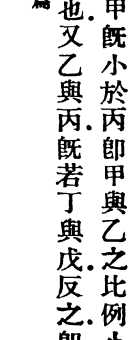
論曰甲既大於丙即甲與乙之比例大於丙與乙（本篇八）而甲與乙若戊與己即戊與己之比例亦大於丙與乙也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙亦若戊與丁也（本篇四）

則戊與己大於戊與丁也是丁大於己也（本篇廿）

次解曰若甲丙等題言丁己亦等

論曰甲丙既等即甲與乙之比例若丙與乙（本篇七）而甲與乙若戊與己即丙與乙之比例亦若戊與己也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙亦若戊與丁也（本篇四）則戊與己若戊與丁也是丁己等也（本篇九）

後解曰。若甲小於丙。題言丁亦小於己。

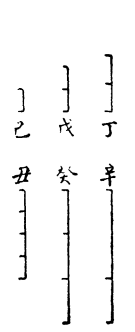


論曰。甲既小於丙。卽甲與乙之比例。小於丙與乙。（本篇八）而甲與乙。若戊與己。卽戊與己之比例小於丙與乙也。又乙與丙。既若丁與戊。反之。卽丙與乙。若戊與丁。（本篇四）則戊與己。小於戊與丁也。是丁小於己也。（本篇十）

第二十二題　平理之序

有若干幾何。又有若干幾何。其數等。相爲連比例。則以平理推。

解曰。有若干幾何甲、乙、丙。又有若干幾何丁、戊、己。而甲與乙之比例。若丁與戊。乙與丙之比例。若戊與己。題言以平理推之。甲與丙之比例。若丁與己。



論曰．試以甲與丁、同任倍之．爲庚、爲辛．別以乙與戊、同任倍之．爲壬、爲癸．別以丙與己、同任倍之．爲子、爲丑．其一甲與二乙．既若三丁與四戊．卽倍甲之庚、與倍乙之壬．若倍丁之辛、與倍戊之癸也．（本篇四依顯）一乙與二丙．既若三戊與四己．卽倍乙之壬、與倍丙之子．若倍戊之癸、與倍己之丑也．是庚、壬、子、三幾何．辛、癸、丑、三幾何．又相爲連比例矣．次三試之．若庚大於子．卽辛必大於丑也．（本篇二十）若等、亦等．若小亦小也．則倍一甲之庚．倍三丁之辛．與倍二丙之子．倍四己之丑．等、大、小、皆同類也．是甲與丙．若丁與己也．（本卷界說六）其幾何自三以上．如更有丙與寅．若己與卯．亦依顯甲與寅．若丁與卯也．何者．上既顯甲

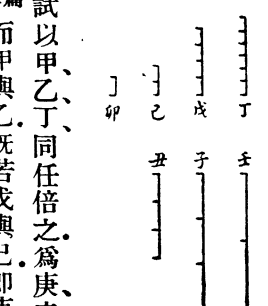
與丙若丁與己而今稱丙與寅若己與卯即以甲丙寅作三幾何以丁己卯作又三幾何相爲連比例依上推論亦得甲與寅之比例若丁與卯也自四以上可至無窮依此推顯

第二十三題 平理之錯

若干幾何又若干幾何相爲連比例而錯亦以平理推

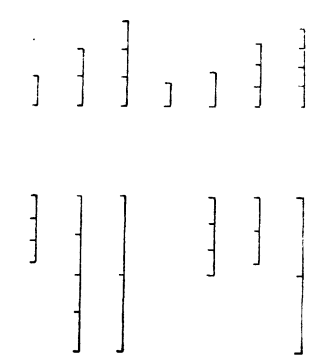
解曰甲乙丙若干幾何丁戊己若干幾何相爲連比例而錯者甲與乙若戊與己乙與丙若丁與戊也

題言以平理推之甲與丙之比例亦若丁與己



論曰。試以甲乙丁同任倍之爲庚辛壬。別以丙戊己同任倍之爲癸子丑。卽甲與乙。若所自倍之庚與辛。（本篇十五）而甲與乙。既若戊與己。卽庚與辛。亦若戊與己。（本篇十一）戊與己。又若所自倍之子與丑。卽庚與辛。亦若子與丑。（本篇十一）依顯一乙與二丙。既若三丁與四戊。卽倍一乙之辛。與倍二丙之癸。若倍三丁之壬。與倍四戊之子也。（本篇四）是庚辛癸三幾何。壬子丑三幾何。又相爲連比例而錯矣。次三試之。若庚大於癸。卽壬亦大於丑。若等。亦等。若小。亦小。（本篇廿一）則一甲三丁所倍之庚壬。與二丙四己所倍之癸丑。等大小。皆同類也。是一甲與二丙。若三丁與四己。（本卷界說六）如三以上。既有甲與乙。若己與卯。乙與丙。若戊與

己。又有丙與寅。若丁與戊。亦顯甲與寅。若丁與卯。何者。依上論。先顯甲與丙。若戊與卯。次丙與寅。又若丁與戊。卽以甲、丙、寅作三幾何。丁、戊、卯作又三幾何。相爲連比例而錯。依上論。亦得甲與寅。若丁與卯。四以上。悉依此推顯。

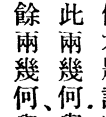


第二十四題

凡第一與二幾何之比例。若第三與四幾何之比例。而第五與二之比例。若第六與四。則第一第五幷與二之比例。若第三第六幷與四。

解曰。一甲乙與二丙之比例。若三丁戊與四己。而五乙庚與二丙。若六戊辛與四己。題言一甲乙、五乙

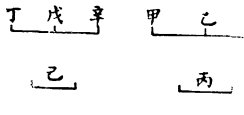
庚、幷與二丙。若三丁戊、六戊辛、幷與四己。



論曰。乙庚與丙。既若戊辛與己。反之丙與乙庚。若己與戊辛也。本篇四又甲乙與丙。既若丁戊與己。而丙與乙庚。亦若己與戊辛。平之。甲乙與乙庚。若丁戊與戊辛也。本篇廿二又合之。甲庚全與乙庚。若丁辛全與戊辛也。本篇十八夫甲庚與乙庚。既若丁辛與戊辛。而乙庚與丙。亦若戊辛與己。平之。甲庚與丙。若丁辛與己矣。本篇廿二

註曰。依本題論。可推廣第六題之義。作後增題。第六題言幾倍。後增題不止言倍。其義稍廣矣。

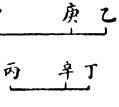
增題此兩幾何。與彼兩幾何。比例等。於此兩幾何。每截取一分。其截取兩幾何。與彼兩幾何。比例等。則分餘兩幾何。與彼兩幾何。比例亦等。

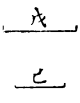


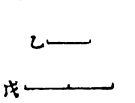
解曰。如上圖。甲庚、丁辛、此兩幾何。與丙、己、彼兩幾何。比例等者。甲庚與丙。若丁辛與己也。題言截取之甲乙與丙。若丁戊與己。則分餘之乙庚與丙。亦若戊辛與己。

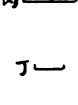
論曰。甲乙與丙。既若丁戊與己。卽反之。丙與甲乙。若己與丁戊也。本篇四又甲庚與丙既若丁辛與己。而丙與甲乙。亦若己與丁戊。卽平之。甲庚與甲乙。若丁辛與丁戊也。本篇廿二又分之。乙庚與甲乙。若戊辛與丁戊也。本篇十七夫乙庚與甲乙。既

若戊辛與丁戊。而甲乙與丙。若丁戊與己。卽平之。乙庚與丙。若戊辛與己也。本篇廿三









第二十五題

四幾何。爲斷比例。則最大與最小兩幾何幷。大於餘兩幾何幷。

解曰。甲乙與丙丁之比例。若戊與己。甲乙最大。己最小。題言甲乙、己、幷。大於丙丁、戊、幷。

論曰。試於甲乙、截取甲庚。與戊等。於丙丁、截取丙辛。與己等。卽甲庚與丙辛之比例。若戊與己也。亦若甲乙與丙丁也。夫甲乙全與丙丁全。既若截取之甲庚與丙辛。卽亦若分餘之庚乙與辛丁也。本篇十九而甲乙最大。必大於丙丁。卽庚乙亦大於辛丁矣。又甲庚與戊。丙辛與己。既等。卽於戊加丙辛。於己加甲庚。必等。而又加不等之庚乙、辛丁。則甲乙、己、幷。豈不大於丙丁、戊、幷。

第二十六題

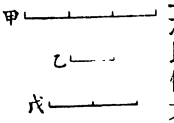
第一與二幾何之比例。大於第三與四之比例。反之。則第二與一之比例。小於第四與三之比例。

解曰。一甲與二乙之比例。大於三丙與四丁。題言反之。二乙與一甲之比例。小於四丁與三丙。

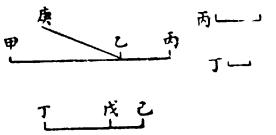
論曰．試作戊與乙之比例．若丙與丁．卽甲與乙之比例．大於戊與乙．而甲幾何大於戊．（十本篇）則乙與戊之比例．大於乙與甲也．（八本篇）反之．則乙與戊之比例．若丁與丙．（四本篇）而乙與甲之比例．小於丁與丙．

第二十七題

第一與二之比例．大於第三與四之比例．更之．則第一與三之比例．亦大於第二與四之比例．



解曰．一甲與二乙之比例．大於三丙與四丁．題言更之．則一甲與三丙之比例．亦大於二乙與四丁．



論曰．試作戊與乙之比例．若丙與丁．卽甲與乙之比例．大於戊與乙．而甲幾何大於戊．（十本篇）則甲與丙之比例．大於戊於丙也．（八本篇）夫戊與乙之比例．既若丙與丁．更之．則戊與丙之比例．亦若乙與丁．（十六本篇）而甲與丙之比例．大於乙與丁矣．

第二十八題

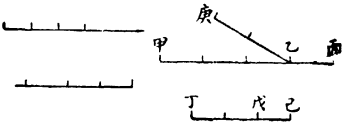
第一與二之比例．大於第三與四之比例．合之．則第一、第二幷、與二之比例．亦大於第三、第四幷、與四之比例．

解曰．一甲乙與二乙丙之比例．大於三丁戊與四戊己．題言合之．則甲丙與乙丙之比例．亦大於丁己與戊己．

論曰．試作庚乙與乙丙之比例．若丁戊與戊己．卽甲乙與乙丙之比例．大於庚乙與乙丙．而甲乙幾何大於庚乙矣．本篇十此二率者．每加一乙丙．卽甲丙亦大於庚丙．而甲丙與乙丙之比例．大於庚丙與乙丙也．本篇八夫庚乙與乙丙之比例．既若丁戊與戊己．合之．則庚丙與乙丙之比例．亦若丁己與戊己也．本篇十八而甲丙與乙丙之比例．大於丁己與戊己矣．

第二十九題

第一合第二與二之比例．大於第三合第四與四之比例．分之．則第一與二之比例．亦大於第三與四之比例．

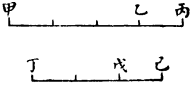


解曰．甲丙與乙丙之比例．大於丁己與戊己．題言分之．則甲乙與乙丙之比例．亦大於丁戊與戊己．

論曰．試作庚丙與乙丙之比例．若丁己與戊己．卽甲丙與乙丙之比例．亦大於庚丙與乙丙．而甲丙幾何大於庚丙矣．本篇十此二率者．每減一同用之乙丙．卽甲乙亦大與庚乙．而甲乙與乙丙之比例．大於庚乙與乙丙也．本篇八夫庚丙與乙丙之比例．既若丁己與戊己．分之．則庚乙與乙丙之比例．亦若丁戊與戊己也．本篇十七而甲乙與乙丙之比例．大於丁戊與戊己矣．

第三十題

第一合第二與二之比例大於第三合第四與四之比例轉之則第一合第二與一之比例小於第三合第四與三之比例

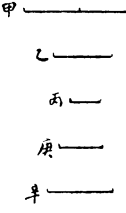


解曰甲丙與乙丙之比例大於丁己與戊己題言轉之則甲丙與甲乙之比例小於丁己與丁戊

論曰甲丙與乙丙之比例既大於丁己與戊己分之即甲乙與乙丙之比例亦大於丁戊與戊己也（本篇廿九）又反之乙丙與甲乙之比例小於戊己與丁戊矣（本篇廿六）又合之甲丙與甲乙之比例亦小於丁己與丁戊也（本篇廿八）

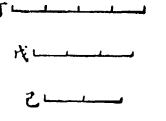
第三十一題

此三幾何彼三幾何此第一與二之比例大於彼第一與二之比例此第二與三之比例大於彼第二與三之比例如是序者以平理推則此第一與三之比例亦大於彼第一與三之比例



解曰甲乙丙此三幾何丁戊己彼三幾何而甲與乙之比例大於丁與戊乙與丙之比例大於戊與己如是序者題言以平理推則甲與丙之比例亦大於丁與己

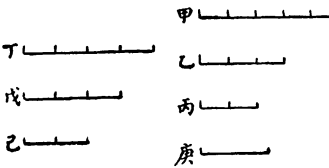
論曰試作庚與丙之比例若戊與己即乙與丙之比例大於庚與丙而乙幾何大於庚（本篇十）是甲與小庚之比例大於甲與大乙矣（本篇八）夫甲與乙之比例元大於丁與戊即



甲與庚之比例。更大於丁與戊也。次作辛與庚之比例。若丁與戊。即甲與庚之比例。亦大於辛與庚。而甲幾何大於辛。（十本篇）是大甲與丙之比例。大於小辛與丙矣。（八本篇）夫辛與丙之比例。以平理推之。若丁與己也。（廿二本篇）則甲與丙之比例。大於丁與己也。

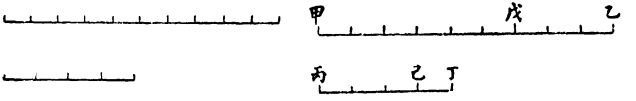
第三十二題

此三幾何。彼三幾何。此第一與二之比例。大於彼第二與三之比例。此第二與三之比例。大於彼第一與二之比例。如是錯者。以平理推。用此第一與三之比例。亦大於彼第一與三之比例。



解曰。甲、乙、丙。此三幾何。丁、戊、己。彼三幾何。而甲與乙之比例。大於戊與己。乙與丙之比例。大於丁與戊。如是錯者。題言以平理推。則甲與丙之比例。亦大於丁與己。

論曰。試作庚與丙之比例。若丁與戊。即乙與丙之比例。大於庚與丙。而乙幾何大於庚。（十本篇）是甲與小庚之比例。大於甲與大乙矣。（八本篇）夫甲與乙之比例。既大於戊與己。即甲與庚之比例。更大於戊與己也。次作辛與庚之比例。若戊與己。即甲與庚之比例。亦大於辛與庚。而甲幾何大於辛。（十本篇）是大甲與丙之比例。大於小辛與丙矣。（八本篇）



夫辛與丙之比例。以平理推之。若丁與己也。本篇廿三則甲與丙之比例。大於丁與己也。

第三十三題

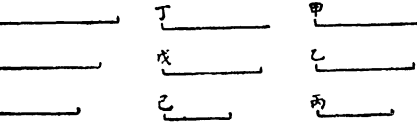
此全與彼全之比例。大於此全截分、與彼全截分之比例。則此全分餘、與彼全分餘之比例。大於此全與彼全之比例。

解曰。甲乙全與丙丁全之比例。大於兩截分、甲戊與丙己。題言兩分餘、戊乙與己丁之比例。大於甲乙與丙丁。

論曰。甲乙與丙丁之比例。既大於甲戊與丙己。更之。即甲乙與甲戊之比例。亦大於丙丁與丙己也。本篇廿七又轉之。甲乙與戊乙之比例。小於丙丁與己丁也。本篇三十又更之。甲乙與丙丁之比例。小於戊乙與己丁也。本篇廿七戊乙與己丁分餘也。則分餘之比例。大於甲乙全、與丙丁全矣。依顯兩全之比例。小於截分則分餘之比例。小於兩全。

第三十四題　三支

若干幾何。又有若干幾何。其數等。而此第一與彼第一之比例。大於此第二與彼第二之比例。此第二與彼第二之比例。大於此第三與彼第三之比例。以

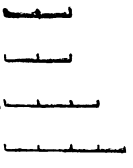


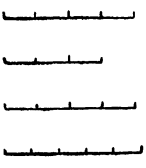
後俱如是則此幷與彼幷之比例大於此末與彼末之比例亦大於此幷減第一與彼幷減第一之比例而小於此第一與彼第一之比例

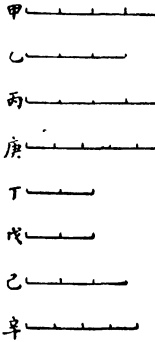
解曰如甲乙丙三幾何又有丁戊己三幾何其甲與丁之比例大於乙與戊乙與戊之比例大於丙與己題先言甲乙丙幷與丁戊己幷之比例大於丙與己次言亦大於乙丙幷與戊己幷後言小於甲與丁

論曰甲與丁之比例既大於乙與戊更之卽甲與乙之比例大於丁與戊也（本篇廿七）又合之甲乙幷與乙之比例大於丁戊幷與戊也（本篇廿八）又更之甲乙幷與丁戊幷之比例大於乙與戊也（本篇廿七）是甲乙全與丁戊全之比例大於減幷乙與減幷戊也既爾卽減餘甲與減餘丁之比例大於甲乙全與丁戊全也（本篇廿三）依顯乙與戊之比例亦大於乙丙全與戊己全卽甲與丁之比例更大於乙丙全與戊己全也又更之甲與乙丙幷之比例大於丁與戊己幷也（本篇廿七）又合之甲乙丙全與乙丙幷之比例大於丁戊己全與戊己幷也（本篇廿八）又更之甲乙丙全與丁戊己全之比例大於乙丙幷與戊己幷也（本篇廿七）則得次解也又甲乙丙全與丁戊己全之比例既大於減幷乙丙與減幷戊己卽減餘甲與減餘丁之比例大於甲乙丙全與丁戊己全也（本篇廿二）則得後解也

又乙與戊之比例．既大於丙與己．更之．卽乙與丙之比例．大於戊與己也．本篇廿七　又合之．乙丙全與丙之比例．大於戊己全與己也．本篇廿八　又更之．乙丙幷與戊己幷之比例．大於丙與己也．本篇廿七　而甲乙丙幷與丁戊己幷之比例．既大於乙丙幷與戊己幷．卽更大於末丙與末己也．則得先解也．







若兩率各有四幾何．而丙與己之比例．亦大於庚與辛．卽與前論同理．蓋依上文論．乙與戊之比例．大於乙丙庚幷與戊己辛幷．卽甲與丁之比例．更大於乙丙庚幷與戊己辛幷也．更之．卽甲與乙丙庚幷之比例．大於丁與戊己辛幷也．本篇十八　又合之．甲乙丙庚全與乙丙庚幷之比例．大於丁戊己辛全與戊己辛幷也．又更之．甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例．大於乙丙庚幷與戊己辛幷也．本篇廿七　則得次解也．又甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例．既大於減幷乙丙庚與減幷戊己辛．卽減餘甲與減餘丁之比例．大於甲乙丙庚全與丁戊己辛全也．本篇廿三　則得後解也．又依前論．乙丙庚幷與戊己辛幷之比例．既大於庚與辛．而甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例．大於乙丙庚幷與戊己辛幷．卽更大於末庚與末辛也．則得先解也．自五以上．至於無窮．俱倣此論．可顯全題之旨．